الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
People's Democratic Republic of Algeria
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministry of Higher Education and Scientific Research
جامعة الأمير عبد القادر للعلوم الإسلامية بقسنطينة
Emir Abdelkader University of Islamic sciences
Constantine

Faculty:		كلية أصول الدين والشريعة والحضارة الإسلامية	كلية:
Departement:		العقيدة ومقارنة الأديان	قسم:

عنوان المطبوعة

Title of the Dissertation

السداسي: الثاني	مطبوعة بيداغوجية موجهة لطلبة السنة:
Semester:	Academic Pedagogical Publication Addressed to: الثانية ل م د

Domain:		المنطق الرمزي	الميدان:
Field or subfield:			الشعبة:
Specialization:		العقيدة	التخصص:

Submitted by:		عبد العزيز بوالشعير	إعداد الأستاذ(ة):

Submitted by: ------------------------- عبد العزيز بوالشعير اعداد الأستاذ(ة):

السنة الجامعية (Current Academic Year): 1429 / 1430 هـ - 2008 / 2009م

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التعليم العالي والبحث العلمي

جامعة الأمير عبد القادر للعلوم الإسلامية

كلية أصول الدين والشريعة والحضارة الإسلامية

قسم العقيدة ومقارنة الأديان

دروس مقياس المنطق الرمزي

لطلبة السنة الثانية عقيدة نظام "ل.م.د"

إعداد الأستاذ عبد العزيز بوالشعير

السنة الجامعية1429، 1430 هـ الموافق لـ "2008-2009

السداسي الثاني

المحاضرة الأولى: المنطق الرمزي تعريفه وخصائصه.

تمهيد:

1-تعريف المنطق الرمزي.

2-خصائص المنطق الرمزي.

3-أهم موضوعات المنطق الرمزي.

تمهيد:

إن المنطق هو أداة صناعية لحسن توجيه عقلنا عند معرفة الأشياء أو العالم، سواء تعلق الأمر بتعليمه لأنفسنا أو بتعليمه للآخرين. وتقوم هذه الأداة الصناعية في النظر والتأمل الذي مارسه الإنسان، حين جرد العمليات الأربعة الأساسية للفكر وهي التصور والحكم والاستدلال والترتيب.

وجميع هذه العمليات الأربعة قد تتم على نحو طبيعي، وقد تتم أحيانا حتى من لدن أولئك الذين لم يتعلموا أي قاعدة من قواعد المنطق على نحو أفضل مما يقوم بها أولئك الذين تعلموها.

وهذا الفن الصناعي لا يقوم في إيجاد وسيلة لانجاز هذه العمليات، وإنما يقوم في أن ننظر ونتأمل فيما حولنا، ونتوسل لذلك بثلاث أمور: أولها هو أن نتأكد بأننا نستخدم عقلنا جيدا. وثانيها هو أن نكتشف ونعلل بسهولة الخطأ أو نفسر الخلل الذي يمكن أن نصادفه في عمليات عقلنا.

وثالثها هو أن نقف على طبيعة فكرنا عن طريق النظر والتأمل أثناء ما نقوم بهذه الأفعال والعمليات[1].

وقد ظلت السيادة معقولة للمنطق الأرسطي على التفكير الإنساني ما يزيد على عشرين قرنا من الزمان، حين بدأ المفكرون المحدثون . علماء وعلماء رياضة ومناطقه، وفلاسفة، يتبينون في المنطق القديم نقائص وعيوب، وبدءوا يفكرون في إصلاحه أو في أن يستبدلوا به أداة جديدة للفكر، وهذا لا يعني أن إصلاح المنطق القديم لم يبدأ إلا في القرن السادس عشر، فمما لاشك فيه أن جهودا كبيرة بذلها بعض المناطقة لسد ثغرات ونقائص المنطق التقليدي على أيدي اليونان والمسلمين والأوروبيين.

ولقد بدأت حركة إصلاح أو نقد المنطق الأرسطي منذ القرن السادس عشر، تأخذ اتجاهين أساسيين:

1-اتجاه علمي تجريبي يهدف إلى إظهار عدم جدوى استخدام المنطق التقليدي بصفة عامة، ونظرية القياس بصفة خاصة في التفكير العلمي وتحصيل حقائقه أو الوصول إلى تعميماته أو البرهنة على قوانينه. وبدأ التفكير في وضع المنطق الاستقرائي الذي يتفق وتقدم العلم.

[1]-راجع: أنطوان أرنولد وبيير نيكول: المنطق أو فن توجيه الفكر، ترجمة: عبد القادر قنيني الطبعة الأولى، المركز الثقافي العربي الدار البيضاء. المغرب 2007م، ص31-32.

2-اتجاه صوري بدأ في الوقت نفسه الذي ظهر فيه المنطق العلمي، وهو اتجاه يتجه دعاته بالمنطق وجهة رياضية، وقد اتخذوا من طريقة التفكير الرياضي نموذجا يسعون إلى تطبيقه على العلوم المختلفة. ولقد تطور هذا الاتجاه الأخير فأصبح منطقا رمزيا، يتلافى أوجه النقص التي كانت موجودة في المنطق الصوري القديم، ويعتبر أعم و أشمل تطبيقا من المنطق العلمي[2].

فما هو المنطق الرمزي؟ وما هي خصائصه؟ وما هي أهم موضوعاته؟.

1-تعريف المنطق الرمزي:

يسمى المنطق الرمزي Symbolic logic بأسماء عدة: لوجستيقا logistic أو جبر المنطق algebra of logic، أو المنطق الرياضي، أو المنطق الصوري، وكلها عبارات مترادفة يسمى المنطق الرمزي لأن لغته الرموز لا الكتابة و الحديث، وليس معنى هذا أنه يسمى رمزيا لمجرد استخدامه رموزا. فهناك علوم تستخدم الرموز ولاسيما المنطق الرمزي، كعلم الجبر مثلا، واستخدام الرموز شرط ضروري لإقامة هذا المنطق، لكنه شرط غير كاف ليكون رمزيا، بل يجب . إلى جانب استخدام الرموز . أن يدرس العلاقات المختلفة بين الحدود في قضية ما، والعلاقات المختلفة التي تربط بين عدة قضايا، ووضع القواعد التي تجعل من القضايا التي يرتبط بعضها ببعض قضايا صادقة دائما[3].

وترجع تسمية المنطق الرمزي باللوجيستيقا إلى"إتلسن Etelson ، ولالاند Lalande، وكوتيراCouturat في المؤتمر الدولي للفلسفة بباريس عام 1904.كما أن كلمة لوجيستيقا لم تستخدم فقط للدلالة على المنطق الرمزي ،وإنما استخدمت أيضا للدلالة على اتجاه رد التصورات الرياضية الأساسية إلى تصورات منطقية خالصة[4]. لأن من سمات الفكر المعاصر، الميل إلى تفسير كل شيء تفسيرا كميا لا كيفيا. وهذا ما ظهر بوضوح في قوانين العلاقات الدالية المتبعة حاليا في الفيزياء المتقدمة. والواقع أن هذا الاتجاه لم يكن مقصورا على تكميم العلوم الطبيعية . أي صياغة قوانينها ونتائجها صياغة كمية . بل تعداها إلى المنطق. ولما كانت فكرة الكم متمثلة بأوضح صورها في الرياضيات فقد ظهر الاتجاه إلى الربط بين المنطق والرياضيات. وقد تطور هذا التقارب وترتب عليه ظهور ما يعرف بالمنطق الرياضي أو المنطق الرمزي[5].

وفي القرن التاسع عشر سمي المنطق الرمزي بـ:"جبر المنطق" وترجع هذه التسمية إلى "جورج بول"(J.boole).(1815-1864) الذي جعلها اسما لنظريته في جبرا لأصناف، ثم استخدمها بيرسc. Pierce وشرويدر e. schroder للدلالة على نظريات المنطق الرمزي كلها، حيث صيغت جميعها على نموذج جبر الأصناف[6].

ويطلق المنطق الرياضي عادة على الأبحاث المنطقية المتعددة التي قام بها الرياضيون و المناطقة منذ نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين، ويسمى المنطق الرياضي أحيانا باسم "المنطق الرمزي symbolic logic" وأحيانا باسم "اللوجستيقا logistics"، فلا يفرق الكثير

---

[2] -ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية، ترجمة: د. عزمي إسلام، مراجعة: د.فؤاد زكريا(د.ط) الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، 1970م،ص 5-6.

[3] - د.محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره. دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت. لبنان، 1979م، ص19.

[4] - محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، دار النهضة العربية، بيروت،1996. ص125-126.

[5] - ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص10-11.

[6] - محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص20.

* hilbert, s. and ackermann, w : principles of mathematical logic.

من المناطقة المعاصرين مثل هليبرتHilbert (1862-1943) وتلميذه "أكرمان Ackermann" في كتابهما "مبادئ الرياضي، *عام 1928 بين المنطق الرياضي والمنطق الرمزي، فتستخدم الكلمة منهما بدلا من الأخرى على أنهما مترادفان[7].

وبيانو أول من استخدم تعبير المنطق الرياضي وكان يعني به نوعين من البحث: كان يعني أولا صياغة المنطق الجديد صياغة تستخدم الرموز والأفكار الرياضية: ويعني بها ثانيا البحث في رد الرياضيات إلى المنطق، وكان يسمى هذا البحث الثاني أيضا "فلسفة الرياضة"[8].

ويتضح هذا الترادف بين المنطق الرمزي والمنطق الرياضي من التعريفات التالية:

أ-يرى بيانو Peano (1858-1932) أن "المنطق الرياضي هو الذي يدرس خصائص الإجراءات والعلاقات الخاصة بالمنطق، وأن موضوعه هو أن نصوغ أبسط نسق من المفاهيم المنطقية، صياغة تجعل منه شيئا ضروريا وكافيا لتمثيل الحقائق الرياضية وبراهينها تمثيلا رمزيا[9].

أراد بيانو أن يضع نظاما دقيقا ومحكما للمنطق من خلال مصطلحاته الرمزية فضلا عن محاولته التي قام بها لرد الرياضيات إلى أصول منطقية بحتة Pure logical asciomsـ، لأنه اهتم بصفة خاصة بأصول الرياضيات. بحيث أن النقطة الأساسية التي يبدأ بها البحث في فلسفة الرياضيات وأصولها تتمثل في محاولة الوصول إلى أقل عدد ممكن من الأفكار و التعاريف الأساسية التي تعتبر بمثابة أصول الاشتقاق تسمح لنا باشتقاق أو استنباط الرياضيات بأسرها منها؛ بمعنى يدور البحث حول الأسس المنطقية للرياضيات[10].

ب-ويعبر كل من هيلبرت وأكرمان عن المعنى نفسه، بقولهما: إن المنطق الرياضي . ويسمى كذلك بالمنطق الرمزي. امتداد للمناهج الصورية الخاصة بالرياضيات إلى مجال المنطق[11].

ج-وهناك تعريف آخر يذهب إليه كاروتشيو Carruccio الذي يقترح استخدام اسم "المنطق الرياضي" بمعنى أوسع من ذلك الذي ذهب إليه هيلبرت فيقول: "إنني سأستخدمه لكي أعني به مجموعة المبادئ الخاصة بالبنية العقلية المتعلقة بالنظريات الرياضية"[12].

أما برتراند راسل B. Russell(1872-1970) فيعتبر أن المنطق الرمزي أو الصوري اصطلاحين مترادفين، فهما يعنيان "دراسة مختلف الأنواع العامة للاستنباط" ولم يصبح المنطق الرمزي اليوم أساسيا فقط لكل منطقي مشتغل بالفلسفة بل ضروري كذلك لفهم الرياضة عامة وهو لازم حتى لممارسة بعض فروع الرياضيات ممارسة ناجحة.

والمنطق الرمزي مختص أساسا بالاستدلال بوجه عام. ولكنه بالمعنى الضيق وهو المناسب، يبحث في القواعد العامة التي يجري الاستدلال عليها[13].

---

[7]- ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص11.

[8]- محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص20.

[9]- ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص11.

[10]- د. ماهر عبد القادر محمد علي: فلسفة العلوم، المنطق الرياضي: الجزء الثالث، دار النهضة العربية، بيروت. لبنان.1405هـ/ 1985م، ص46-52.

[11]- ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص12.

[12]- Carruccio, ettore: mathematics and logic in history and in contemporary thought, (translated by: Isabel quigly; London. 1964) p 339.

[13]- برتراند راسل :أصول الرياضيات ، ترجمة محمد مرسي أحمد وأحمد فؤاد الأهواني،دار المعارف بمصر،1965،ص42،41.

أما عند مؤلفي القرن التاسع عشر الذين حاولوا إرساء المنطق على قواعد حسابية calculus فقدكان الاسم الشائع له هو جبر المنطق Algebra of logic.وقد سبقهم في ذلك الفيلسوف والرياضي ليبنتز Leibniz الذي كان يحلم بتأسيس علم أعم من الرياضيات، فيه يتحول الاستنباط إلى حساب ،سماه حينا الرياضة العامة mathématique universelle وحينا آخر الأبجدية العامة Caractéristique universelle فهو أول من نظر إلى المنطق كأساس ترد إليه كل معرفة تريد أن تكون يقينية ومنها الرياضيات. وهو الذي اهتم برد قضايا المعرفة وعلى رأسها القضايا الرياضية إلى المنطق الصوري، وهو الذي بين أنه لا يمكن برهان تلك النظرية إلا إذا توافر مقدما أمران: أداة رمزية ووثيقة، وحساب منطقي[14].

إن المنطق الرياضي لم يدرك موضوعه إدراكا واضحا، ويحدد برنامجه بدقة إلا على يد "ليبنيتز Leibniz" فقد شعر بالحاجة إلى لغة علمية عامة يتخذها العلماء، للتفاهم فيما بينهم، وفيه استخدم الرموز مكان الألفاظ، ويمكننا التفكير بطريقة رياضية، كما قال بوجوب إنشاء علم منهجي شامل يقوم على أساس الرياضيات.

فتاريخ المنطق الرمزي والرياضي يبدأ مع "ليبنتز، فمعه بدأ عهد جديد في المنطق[15].إن فكرة المنطق عنده تقوم تصوراته على الماصدق، ورأى أننا نستطيع أن نصل إلى الماهية بواسطة عمليات أو توماتيكية لارتباطات قياسية. وقد كان هذا نتيجة لمنطق يقوم على فكرة الماصدق، ويهمل فكرة المفهوم[16].

فالمنطق الرمزي إذا أصبح في ذاته نظرية رياضية يجري الاستنباط فيها على أسس حسابية ويستوعب أنواعا من الاستنباط الأخرى غير القياس. كما تسمح في الوقت نفسه بأن تستنبط الرياضة منها باعتبار أن الرياضة صورية وترد إلى المنطق الصوري[17].

2-خصائص المنطق الرمزي:

يمكن استخراج خصائص المنطق الرمزي logistica من تعريفها تعريفا يصف خصائصه كنظرية من النظريات ومميزات تكوينه الداخلي.

وفي محاولة لتعريف المنطق الرمزي تعريفا وصفيا كما قال: محمد ثابت الفندي في كتابه "أصول المنطق الرياضي" أنه "نظرية استنباطية لقوانين الاستنباط، أو أنه علم الاستنباطات التي تعرض استنباطا. أو على نحو أكثر تفصيلا " نظرية حسابية موضوعها قوانين الاستنباط التي تتوصل إليها النظرية استنباطيا(أي بالبرهان)"[18].

فهذا التعريف للمنطق الرمزي يمكننا من بيان الخصائص البارزة التي تميز البناء اللوجستيقي من داخله.

أولا: يتضمن التعريف فكرة "نظرية حسابية" وتلك فكرة أحد معانيها أننا سنكتب بالرموز التي بعضها "متغيرات" وبعضها "ثوابت".

14- د. محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، الطبعة الأولى، دار النهضة العربية، بيروت لبنان، 1969م، ص 127-128.

15- د.على حسين كركي: الابستيمولوجيا في طور الفكر العلمي الحديث، ط.1، المكتب العالمي للطباعة والنشر والتوزيع.[د.م]، ص77.

16- د. على سامي النشار: المنطق الصوري من أرسطو حتى عصورنا الحاضرة. ط.5، دار المعارف بمصر، 1971، ص37.

17- محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي،دار المعرفة الجامعية ،الإسكندرية،1987، ص117.

18 - المرجع نفسه،ص141.

ثانيا: نظرية حسابية معناها أننا نريد أن نتناول كل مسائل المنطق تناولا آليا، ولما كان الحساب خاصا بقوانين الاستنباط وهي أعم القوانين جميعها فإن هذه النظرية تتقدم إلينا كأعم حساب أو علم للإنسان.

ثالثا: أن هذه النظرية تقدم إلينا قوانين الاستباط على النحو في ذاته استنباطي أي برهاني بحيث لم نقبل بالبداهة أو الجدل الفلسفي قضية على أنها حقيقة، بل لابد من البرهان على كل قانون في المنطق، وهذا ما لم يفعله المنطق التقليدي.

رابعا: نوعية المنطق الرمزي الجبرية.

خامسا: تكوينه كنسق استنباطي، أدى نقد رياضيي القرن التاسع عشر لبراهينهم وقضاياهم الرياضية إلى نبذ البداهة أو الحدس المكاني كشاهد على صدق علومهم فالتمسوا المعونة أولا في الأعداد، ثم بعد ذلك في المنطق الصوري بحيث تكون كل قضية في الرياضة إما مبرهنا عليها أو مستنبطة من قضية أخرى قام البرهان عليها ابتداء من مسلمات المنطق نفسه، وسرعان ما خضع المنطق ذاته بعد مرحلة جبر المنطق للموجة نفسها إذ لا يصح أيضا أن تقبل قضية في المنطق إلا إذا قام البرهان عليها. وحينئذ وجب إعادة النظر في المنطق لإعداده بحيث تكون قضاياه مستنبطة من قضايا أخرى سبق برهانها أو من القضايا الابتدائية المسماة المقدمات أو المسلمات وذلك في إطار نسق استنباطي deductive system يستند برمته إلى تلك المقدمات تماما كما فعلت الرياضيات منذ إقليدس[19].

ويذهب ألفرد تاركسي إلى أن أهم سمات المنطق الرمزي ما يلي:

1–أن المنطق الرياضي ظهر نتيجة لتطبيق الأساليب الرياضية في مجال المنطق الصوري، ولاستخدام لغة خاصة ذات رموز وصيغ معينة ولذا فالمنطق الرياضي يهتم أساسا بالبحث في التفكير المنطقي(استدلالا كان أم برهانا) من حيث هو متمثل في انساق المنطق الصوري أو الحساب التحليلي وهكذا يجعل المنطق الرياضي من المنطق موضوعا له، ومن الرياضيات منهجا وطريقا.

2–أنه يحتوي على تعميمات ذات مستوى لم نكن لنحصل عليه أو نبلغه بإتباع المنطق التقليدي.

3–أنه يهتم بالبحث في مختلف أنماط الحساب التحليلي.

4–أنه يتضمن سلسلة كاملة من الحسابات التحليلية المنطقية، ولذا فهو يعتبر بمثابة النظرية الخاصة بمثل هذه التحليلات. وكذا مقدماتها وخصائصها ونتائجها وتطبيقاتها. ولذا فالمنطق الحديث يهتم بالإضافة إلى دراسة الحساب المنطقي، يهتم بدراسة البنية المنطقية للحساب التحليلي المنطقي.

---

[19]– محمد ثابت الفندي : أصول المنطق الرياضي ، ص 142.

* السيمية semantics يعني ذلك العلم الذي يهتم بدراسة معاني مفردات اللغة، أو هي دراسة معاني الرموز أو التحليل المنطقي لها. وهي بهذا أحد فروع ما بعد المنطق.

** السيمية المنطقية هي علم دراسة البنية، أو البناء المنطقي للغة، وهي بهذا الفرع الثاني من فروع ما بعد المنطق.

5-إنه يرتبط في صورته الحديثة بمشكلات السيمية *المنطقية ** logical semantics التي تتعلق بالنظرية الخاصة بطرق وصف مقدمات وخصائص التحليل المنطقي، وهو من أهم مباحث المنطق الرياضي المعاصر[20].

أما د.محمود فهمي زيدان فيقول أن خصائص المنطق الرمزي تتمثل فيما يلي: للمنطق الرمزي خاصتان أساسيتان: أنه يستخدم الرموز، وأنه نسق استنباطي، الرموز التي يستخدمها المنطق الرمزي نوعان: متغيرات variables وثوابت constants المتغيرات حروف لغوية لا ترمز في ذاتها إلى شيء محدد، تصاغ قوانين الجبر جميعا في صورة متغيرات وثوابت. خذ القانون (أ+ب)^2 = أ^2 + 2أب+ب^2، نقول عن الحروف أ و ب إنها متغيرات، وعن علامات الإضافة والمساواة والأس والضرب والقسمة إلخ أنها ثوابت، أراد المنطق أن يضع القضايا والاستدلالات في صورة رمزية فيرمز إلى كل حد من حدود القضية برمز، والرموز هنا متغيرات.

نقول عن الصور السابقة إنها صيغ شبه رمزية لأننا رمزنا إلى الحدود أو القضايا، لكنا لم نضع الثوابت في لغة رمزية. الثابت في المنطق هو الحرف أو الكلمة التي تربط بين قضيتين بسيطتين، تتألف منها قضية مركبة Compound statement "الشباب طموح" قضية بسيطة بينما الشباب طموح والإنتاج مزدهر" قضية مركبة، نسمي واو العطف هنا ثابتا منطقيا. والثوابت عديدة منها "و"، "إما...أو...إذا...حينئذ".

-الخاصية الثانية للمنطق الرمزي أنه نسق استنباطي. الهندسة الاقليدية أقدم نموذج للعلم الاستنباطي يتألف هذا النسق من العناصر التالية:

1-التعريفات: تشمل تعريفات الألفاظ المستخدمة في الهندسة كالنقطة والخط، والخط المستقيم، والسطح المستوي.

2-عدد محدود من قضايا " | أفكار عامة common notions (البديهيات) يرى إقليدس أن هذه الأفكار العامة قضايا واضحة بذاتها وأن في إنكارها تناقضا.

3-المصادرات postulats قضايا أقل وضوحا من الأفكار العامة، ومن ثم تتطلب برهانا، ولكن إقليدس طالبنا التسليم بصدقها بلا برهان، لأن طلب البرهان عليها يعوق تقدم العلم، أردنا أن نسلم بها منذ البدء طالما أنه يمكننا أن نستنبط منها قضايا لا تتناقض معها ولا تتناقض فيما بينها.

يمكننا في الهندسة الاقليدية الوصول إلى نظريات باستنباطها من تلك التعريفات والبديهيات والمصادرات[21].

أراد المنطق الرمزي أن يكون نسقا استنباطيا، مع بعض تغيرات اقتضاها تطوير الرياضيين لطبيعة النسق الاستنباطي، رأى أصحاب المنطق الرمزي أن يتآلف المنطق لكي يكون نسقا استنباطيا مما يلي:

1-أفكار أولية لا معرفة primitive notions، وليست هذه مستحيلة التعريف. مثال: نقول عن الفكرة (أ) أبسط من الفكرة (ب) أو أن لها السبق المنطقي، إذا كنا نستعين بالأول في تعريف الثانية بينما لا تحتاج (أ) في تعريفها إلى الفكرة (ب).

2-التعريفات: تعريف الألفاظ التي نستخدمها في بناء نظرية منطقية معينة، ونستعين باللا معرفات في تلك التعريفات.

---

[20]- ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص12-13.

[21]- محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص23-24.

3-مجموعة القضايا الأولية primitive propositions التي نبدأ بها بلا برهان، لا يفرق المنطق بين المبادئ والمصادرات فكلاهما قضايا أولية بلا تمييز.

4-يمكننا من تلك العناصر الثلاثة السابقة إقامة قضايا جديدة بطرق الاستنباط الصوري المحكم، مع الاستعانة ببعض قواعد الاستدلال[22].

3-أهم موضوعات المنطق الرمزي:

يمكن استخلاص أهم فروع هذا المنطق، أو أهم الموضوعات التي يبحث فيها، وذلك على النحو التالي:

أولا:الحساب المنطقي logical calculus أو الحساب التحليلي المنطقي(للفئات والقضايا ودالات القضايا،...وغيرها...).

ثانيا:حساب الإجراءات المنطقية operational calculus أو الحساب التحليلي للإجراءات المنطقية(مثل: إجراء النفي، أو الجمع، أو الضرب، القسمة أو غيرها).

ثالثا:اللوجيستيقا logistics بمعناها الواسع، أي التعبير عن الأصول البسيطة للتفكير الإنساني تعبيرا رمزيا.

رابعا: منطقة الرياضيات logicism أي البحث في رد الرياضيات إلى المنطق وظهرت بشكل واضح مع جورج بول J.boole في نظريته عن جبر المنطق. ثم وضعها فريجه G.frege (1848-1925) موضع التطبيق، ثم طبقها رسل Russel في كتابه "أصول الرياضيات".

خامسا:ما بعد المنطق metalogic:ويقصد به دراسة أنساق القضايا والمفاهيم الخاصة بالمنطق الصوري المعاصر، وما بعد المنطق بهذا المعنى إنما يقوم بتصفية المشكلات المتعلقة بالبرهان، وبإمكان تحديد المفاهيم والصدق، كل ذلك بلغة مصاغة صياغة صورية. وينقسم البحث فيما بعد المنطق إلى مبحثين أساسيين هما:

السينتاطيقا أو التحليل المنطقي لبنية اللغة.

والسيمية المنطقية أو التحليل المنطقي لمعاني مفردات اللغة وعباراتها.

سادسا:منطق التحليل combinatory logic: يهتم بتحليل التصورات التي تكون تبعا للمنطق الرياضي الكلاسيكي مقبولة بدون أن نحتاج إلى أي دراسة أخرى أو تحليل. ومن بين هذه المفاهيم والتصورات ما يتعلق بالمتغير والدالة، وغير ذلك.

سابعا:منطق التركيب constructive logic: الفكرة الأساسية التي يدور حولها هذا الفرع المنطقي هي عدم إمكان تطبيق المبادئ الصالحة للأعداد المتناهية بالنسبة للأعداد اللامتناهية، مثل: المبدأ القائل بأن الكل أكبر من أجزائه.هذا ويتعلق بمنطق التركيب، عمليات إقامة أنساق ونظريات منطقية رمزية على غرار النظريات الرياضية، وذلك باستخدام منهج خاص هو المنهج الرمزي الرياضي logical method[23].

خلاصة:

نستخلص مما سبق أن المنطق الرمزي يتميز بالنقاط التالية:

---

[22]- المرجع نفسه، ص24-25.

[23]- ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص 13-15.

1-موضوع المنطق الصوري أو الرياضي صور الاستنباطات ومن ثم صور القضايا التي تتألف منها الاستنباطات.

2-المنطق يجب أن يستعمل الرمز كمنهج لكي يصبح حسابا كالرياضيات.

3-يجب أن يكون المنطق نسقا استنباطيا deductive system لكي يبرهن بالاستنباط قضاياه أو قوانينه.

فمصطلح الرمزي يعني كتابة علم المنطق بلغة رمزية خالصة، قوامها حروف الهجاء رموزا للمتغيرات، بحيث نكتب في صورة رمزية غير لغوية كل القضايا والقوانين المنطقية وكل الخطوات الاستدلالية في أي برهان.

المحاضرة الثانية:تطور المنطق الرمزي ومبررات ظهوره.

تمهيد.

1-تطور المنطق الرمزي.

2- مبررات ظهور المنطق الرمزي.

2-1.المبرر المنطقي.

2-2.المبرر الرياضي.

2-3. المبرر الفلسفي.

تمهيد: يجب أن يدرس المنطق متطورا، بمعنى دراسته في ضوء تطور نقله من مرحلة يمكن وصفها بأنها "لغوية" من حيث ارتباط تعاليم المنطق وخاصة القياس، بالألفاظ ومعانيها القاموسية، إلى مرحلة رياضية حمل فيها الحساب calculus الآلي محل القياس، غير أن المنطق ظل مرتبطا باللغة .والرواقيون الذين أطلقوا كلمة "المنطق logic" لأول مرة في التاريخ دلوا بها على دراسة الكلام والفكر معا.

غير أن ذلك التطور من مرحلة اللغة إلى مرحلة الرياضيات خلال أكثر من عشرين قرنا كان بطيئا، على الرغم من إنكار كانط في كتابه "نقد العقل الخالص" لفكر تطور المنطق خلال التاريخ وزعم أنه ولد كاملا ولكماله هذا هو علم أغلق على نفسه الأبواب فلا يقبل التطور.

1-تطور المنطق الرمزي:

أ-يرجع الكشف عن البحث الصوري في المنطق إلى أرسطو، باعتبار أن المنطق الرمزي منطق صوري بالأساس، وقد أراد المناطقة المحدثون للمنطق أن يكون أكثر صورية مما بدا عليه المنطق التقليدي. لقد قطع أرسطو شوطا محدودا في إقامة منطق رمزي، استخدم نوعا واحدا من الرموز، وهي رموز المتغيرات للحدود. ولم يستخدم متغيرات ترمز إلى القضايا إلا من النادر[24].

[24]- محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص27-37.

وإذا لم تكن لأرسطو مساهمات في نظريات المنطق الرمزي، إلا أنه يمكن القول بأن منطق أرسطو ليس إلا جزءا ضئيلا من "نظرية الأصناف"≅، وكانت نظريته في القياس أكثر اهتماما بدراسة قواعد الربط الصحيح بين ثلاثة "حدود" أو "أصناف" منها بدراسة قواعد الاستنباط بين القضايا[25].

ب-عرفت المدرسة الرواقية حوالي القرن الثالث ق.م. بعض المفاهيم الخاصة بالمنطق الرمزي[26]. حين ساهم الرواقيون مساهمة فعالة في "حساب القضايا" فقد استخدم زينون الإيلي البراهين لدحض مذهب الكثرة الميتافيزيقي pluralism، وكان يتخذ الصورتين التاليتين:

1-إذا كان أ هو ب،فإن جـ هو د، وإذا كان أ هو ب، فإن جـ ليس د، من المحال إذن أن يكون أ هو ب.

2-إذا كان أ هو ب فإن جـ هود، لكن جـ ليس د، إذن أ ليس ب.

تسمى الصورة الأولى من البرهان "الرد إلى المحال reductio ad impossibile والصورة الثانية "برهان الخلف" reductio ad absurdum أو في حالة الرفع modus tollens فآراء الرواقيين تشكل بذور المنطق الرمزي في نقطتين على الأقل: استخدامهم للرموز، ونظرتهم إلى المنطق كنسق استنباطي. فقد أدرك الرواقيون ضرورة التخلي عن لغة الحديث في الكتابة المنطقية لكي يكون المنطق صوريا إلى أبعد حد، فاصطنعوا الرموز، واستخدموا الأعداد الترتيبية ordinal numbers رموزا للقضايا، مثال ذلك : يصوغ كريسيبوس القياس الشرطي في صورة إثبات التالي. يتخذ صورة: "إذا كان الأول، كان الثاني، لكن الأول، إذن الثاني" if the first then , the second, but the first, there fore the second.

كما عنى الرواقيون بالثوابت المنطقية، وسموها "الروابط connectives مثل: "إذا..."، "و"، "إما...أو...". وهذا ما يعني أنهم عرفوا متغيرات القضايا ووضعوا لها رموزا، وعرفوا الثوابت المنطقية، ولم يضعوا لها رموزا.

يمكن إجمال إضافات الرواقيين في المنطق الرمزي فيما يلي:

1-بحثوا في القضية الشرطية بنوعيها، ووضعوا قواعد صدقهما وكذبهما.

2-طوروا استخدام الرموز فوضعوا متغيرات ترمز إلى القضايا.

3-عرفوا عددا كبيرا من الثوابت المنطقية، ووضعوا تعريفاتها، لكنهم لم يضعوا لها رموزا.

4-وضعوا قضايا أولية لا تقبل البرهان، وأمكنهم بفضلها استنباط قضايا أخرى، فكان ذلك أول بادرة لتصور المنطق نسقا استنباطيا[27].

≅ يعتبر بعض المناطقة المعاصرين أن نظريات المنطق الرمزي أربع: "نظرية حساب القضايا"، "نظرية حساب المجهول"، "نظرية العلاقات"، "نظرية الأصناف".

25 المرجع نفسه ، ص37-38.

26-ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص15.

27-محمود فهمي زيدان:المنطق الرمزي نشأته وتطوره ، ص45-50.

ح-يكاد يجمع مؤرخو المنطق الحديث على أن بدايته مردودة إلى كتاب "ليبنتز Leibniz". يقول كارنب في مقاله عن "المنطق القديم والمنطق الحديث": "ظهر المنطق الرمزي مع نهاية القرن الماضي استمرارا لأفكار ليبنتز"[28].

ونفس الفكرة عبر عنها كل من هيلبرت وأكرمان في كتابه "مبادئ المنطق الرياضي" بقولهما: "لقد تم التعبير عن أول فكرة واضحة في المنطق الرياضي، في فلسفة ليبنيتز".[29]

غير أن تصور ليبنيتز هذا جاء استمرارا لآراء ديكارت Descartes (1596-1650) الذي رأى أن العلم ينبغي أن يستند على فكرة الكم لا الكيف، وأبرز مثال وأوضحه للعلم الكمي هو الرياضيات. ورأى أنها هي المنطق الحقيقي للعقل، فديكارت يرجع إليه الفضل في تكوين الهندسة التحليلية، التي تجرد فيه الهندسة وتستغني عن النقاط والخطوط والمجسمات بالحروف، وأصبحت الهندسة التحليلية عنده قادرة على رد المقادير الهندسية إلى مقادير جبرية، ومن ثم أصبح من الممكن البرهنة على كل الخواص الهندسية بواسطة الجبر ورموزه.[30]

فليبنتز قدم لنا فكرتين أساسيتين بشرتا بالمنطق الرمزي هما:

1-يمكن للمنطق أن يصبح نسقا استنباطيا على نموذج الهندسة الإقليدية، أي أن يتألف من قضايا نبرهن عليها باستنباط من مجموعة معطاة من تعريفات ومبادئ ومصادرات.

2-يمكن للمنطق:من حيث لغته و موضوعاته أن يتخذ علم الجبر نموذجا لغته الرموز، وقوامه معادلات وقوانين.[31] ، بمعنى يمكن للمنطق أن يتخذ الحروف الهجائية رموزا للحدود، كما يمكن لقضاياه أن تتخذ صورة معادلات و قوانين على نموذج علم الجبر، لم يرد ليبنتز أن يجعل المنطق فرعا من الرياضيات وإنما أراد إقامة"حساب منطقي"calculus، أي منطق لغته الرموز و قواعده معادلات و قوانين، لكن لا تنطوي المعادلات و القوانين على علاقات كمية، بل على علاقات غير كمية، وبذا توسع في بحث العلاقات المنطقية.

3-تصور ليبنتز المنطق علما يمكن إقامته على نموذج النسق الاستنباطي في الهندسة الإقليدية، أي أن يكون البرهان على قضية ما ليس إلا استنباطا محكما من مجموعة من التعريفات و المبادئ و المصادرات،رأى ليبنتز إمكان إقامة البرهان على قضية ما باستنباطها من مجموعة التعريفات فقط، دون حاجة إلى مبادئ أو مصادرات.بل رأى أن ما سماه القدماء مبادئ يمكن أن تكون موضوع برهان، ولا توجد قضايا لا تقبل البرهان سوى مبدأ الهوية ومبدأ عدم التناقض.

مثال: 1) 1+1=2
2) 1+2=3
3) 1+3=4

---

[28] Carnap, R. the old and the new logic(in: logical positivism),p134,

نقلا عن: ألفرد تارسكي،مقدمة للمنطق،ص15

[29] المرجع نفسه ، ص15

[30] علي سامي النشار: المنطق الصوري من أرسطو حتى عصورنا الحاضرة ، ص36.وأنظر أيضا : ألفرد تارسكي،مقدمة للمنطق، ص16.

- [31] محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص51.

يمكن تقرير: 2+2=2+2(مبدأ الهوية)

=2+(1+1) (تعريف1)

=(2+1) +1

=3+1 (تعريف2)

=4 (تعريف3)[32].

ج–دي مورجان: A.de Morgan (1806-1871): لدى دي مورجان الفضل في موضوعين رئيسيين في المنطق: إصلاحه للمنطق التقليدي وإقامته مبادئ نظرية جديدة هي نظرية العلاقات،بمعنى رفض التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية وصنفه تصنيفا ثمانيا، وفق نظرية كم المحمول، وضع القضايا قي صورة رمزية ترمز حروف الهجاء فيها إلى الحدود، كما ترمز إلى الاستغراق والكيف بأقواس تسبق وتلحق تلك الحروف بأنحاء معنية، عرض قواعد التقابل بين القضايا وقواعد الاستدلال المباشر والقياس بأشكاله وضروبه هي صورة رمزية.

غير أن أكثر مواقفه المنطقية أهمية هي اكتشافه نوعا مختلفا من القضية غير الحملية، هو قضية العلاقة، استطاع أن يظهر المنطق التقليدي على أنه منطق علاقات ويستفيد المناطقة الرمزيون من بعده في استخدام بعض قوانينه في إقامة نظريات جديدة لم يعرفها هو، مثل: حساب القضايا وحساب المحمول[33].

د–جورج بول: J.boole: إن أعمال بول القليلة التبعثر والكثيرة التنظيم هي التي عملت على ظهور منطق العلاقات مع بيرس Pierce وشرويدرSchroder وذلك باستلهام الاستدلال الجبري الذي يعمل على الرموز، وبعدما صنف بول هذه الرموز حسب وظيفتها، بحث عن مثل هذه الوظائف في صور اللغة العادية، بحيث يمكن التعبير عن هذه الوظائف برموز مماثلة للرموز الجبرية، وإخضاعها بذلك للحساب، فتوصل إلى إنشاء ضرب خاص من الجبر الذي من حيث هو حساب صوري، لا يرتبط بأي تأويل معين إلا أنه يتلقى مع ذلك تأويلا طبيعيا جدا عندما نعتبره منطقيا للأصناف[34].

يعد جورج بول بحق مؤسس المنطق الرمزي لأنه وضع مبادئ أولى نظرياته، وهي نظرية "حساب الأصناف" calculus of classes، فقد أراد بول إقامة منطق على نموذج علم الجبر، يستخدم حروف الهجاء رموزا وعلامات العمليات الحسابية كالجمع والضرب...إلخ ويقيم القضايا على صورة معادلات تعبر عن مساواة بين طرفيها، تدل حروف الهجاء في جبر المنطق على أصناف تقتصر قيم القضايا كمعادلات في جبر الأصناف على عددين فقط هما الصفر والواحد الصحيح[35].

32–محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره ، ص53–57.

وراجع: هانز ريشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة،د.فؤاد زكرياء، دار الكتاب العربي للطباعة والنشر، القاهرة 1968م،ص،193.

33–محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي، ص66–72.

يمكن الرجوع إلى: ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص123.

34–روبير بلانشي: مدخل إلى المنطق المعاصر، ترجمة: محمود اليعقوبي. ديوان المطبوعات الجامعية بن عكنون، الجزائر، سنة 2004، ص41.

35–محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي، ص75–77.

هـ–ج. فريجه G.frege (1848–1924) مع نهاية القرن التاسع عشر ظهر اتجاه آخر نتيجة لحاجة الرياضيات إلى تدعيم الأساس الذي تقوم عليه مفاهيمها وطرق البرهان فيها، وترجع مصادر هذا الاتجاه إلى كتابات فريجه[36].

استحدث فريجه أفكارا منطقية جديدة ومصطلحا رمزيا للمنطق أكثر دقة وصورية، ومحاولته رد الرياضيات إلى أصول منطقية اقتضت منه تخليص الرياضيات مما علق بها من شوائب وتفسيرات تجريبية وسيكولوجية تخالف طبيعتها، رأى فريجه أن نظرية الأعداد الطبيعية التي تؤلف القاعدة الأساسية لعلم الحساب ما هي إلا امتداد للمنطق[37].

و–برتراند رسل B.Russell (1872-1970)نشأ عن الحركة السابقة التي أنشأها فريجه وغيره اتجاه آخر في فلسفة الرياضيات هو الاتجاه اللوجستيقي logistic ويعني رد التصورات الأساسية لعلم الحساب ومن وراء الحساب فروع الرياضيات جميعا إلى تصورات منطقية بحثه، وتطور المنطق الرمزي بعد بول جاء نتيجة تطور الرياضيات**.** أريد للهندسة أن تكون نسقا استنباطيا، وأريد للحساب أن يكون كذلك وأريد رد التصورات الأساسية للرياضيات إلى تصورات منطقية خالصة، ولكي نرد الحساب إلى المنطق يلزم أن نشتق قضايا الحساب الأساسية من قضايا منطقية خالصة، ولتحقيق ذلك يلزم صياغة القضايا الأساسية في المنطق صياغة صورية رمزية تبلغ حدا بعيدا[38].

فالجهد الذي قام به راسل ومعه هوايتهد، حاول أن يخضع تطور المنطق لأبحاث الرياضيات المعاصرة في آخر أشكالها، وانتهى إلى اشتقاق الرياضة والمنطق معا من مجموعة واحدة من الأصول المنطقية، بحيث استحال الفصل بين المنطق والرياضيات بصفة نهائية.

انتهى رسل و وايتهد في كتابهما "المبادئ" إلى اشتقاق الرياضيات بأسرها من مجموعة بسيطة من القضايا الابتدائية primitive propositions تعتبر بمثابة أصول الاشتقاق بالنسبة للرياضيات وبالتالي فقد أنجز في هذا المضمار عملا مزدوجا.

الأول: أن الرياضيات يمكن أن تشتق من أصول منطقية بحتة pure logical axiome.

الثاني: الاستنباط deduction هو أساس رد الرياضيات إلى المنطق**.**

والمنهج الاستنباطي يعتمد على ثلاثة أمور أساسية.

–أولا:أن النسق الاستنباطي deductive system لمبادئ الرياضيات يعتمد في كل أجزائه اعتمادا واضحا على مجموعة الأفكار الابتدائية التي تنتمي إلى النسق.

–ثانيا: أن النسق الاستنباطي شيد على أساس مجموعة من الرموز الأساسية basic symbols تمثل في جوهرها أعلى درجات الصورية formality بالنسبة لكل من الرياضة والمنطق.

ثالثا: إن الجزء الخاص بحساب القضايا في النسق الاستنباطي لمبادئ الرياضيات يعتمد بصفة مباشرة على مجموعة من القضايا الابتدائية، تلك التي لها بداهة قوانين الفكر الأساسية في المنطق الصوري[39].

---

[36]–ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص16.

[37]–راجع: محمد محمد قاسم: جوتلوب فريجه، نظرية الأعداد بين الإبستمولوجيا والأنطولوجيا، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، 1991، ص49 وما بعدها.

[38]–محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص113–114.

[39]– على عبد المعطي محمد، السيد نفادي: أسس المنطق الرياضي، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، سنة: 1988م، ص192–195./ راجع أيضا: محمد محمد قاسم: رؤى معاصرة في فلسفات العلوم دار المعرفة الجامعية، سنة: 2006، ص362 وما بعدها.

والملاحظ أن المنطق الرمزي في هذه المرحلة لم يحقق نموه من داخل الفلسفة التقليدية، بل من ميدان الرياضيات إذ توصل كل من رسل ووايتهد whitehead إلى أن الرياضة والمنطق آخر الأمر شيء واحد، وقد برهن رسل على هذا الموقف من خلال نظرية الأعداد، فقد بين رسل أن الأعداد الصحيحة وهي: 1، 2، 3،...إلخ يمكن تعريفها من خلال التصورات الأساسية للمنطق فحسب، وبذلك يكون رسل قد أكمل تطورا بدأ بالتعبير الذي طرأ على الهندسة، وأثبت أن أساسيات الحساب يمكن أن تستمد من المنطق الخالص، وأن الضرورة الرياضية ذات طبيعة تحليلية[40].

والنتيجة هي أن جميع الرياضيات البحتة تنفرد بالبحث في التصورات التي يمكن تعريفها بعبارات تشتمل على عدد قليل جدا من التصورات المنطقية الأساسية. وأن جميع قضاياها يمكن استخلاصها من عدد قليل جدا من المبادئ المنطقية الأساسية[41].

2-مبررات ظهور المنطق الرمزي:

إذا كانت الحاجة العلمية هي السبب في ظهور المنطق العلمي، فإن المنطق الصوري المعاصر جاء نتيجة تعدد الحاجات التي بررت ظهوره. فهناك حاجة منطقية وهناك حاجة فلسفية، وهناك حاجة رياضية، تضافرت جميعها وساهمت في تطوير المنطق الصوري ليكون منطقا رياضيا رمزيا مجردا.

أولا: المبرر المنطقي:

1-إن الكشف عن النقائص الكثيرة في المنطق التقليدي من أهم العوامل التي حفزت إلى الكشف عن منطق جديد يتحاشى هذه النقائص والعيوب، إذ أن المنطق التقليدي كان عاجزا تماما عن استيفاء ما يتطلبه الدور الجديد الذي يجب أن يلعبه في الفكر، من ثراء في المضمون، ودقة صورية، وفائدة تنتج عن طريقة استخدامه، لأن المنطق الصوري ظل معتمدا على النظام المدرسي الأرسطي الذي لم يحرز إلا تقدما طفيفا في حد ذاته[42].

2-ظهرت في نهاية القرن التاسع عشر عدة تناقضات ومفارقات في النسق الرياضي الجديد الخاص بنظرية المجموعات، وسرعان ما كشف البحث عن أن هذه التناقضات لم تكن ذات طبيعة رياضية، بل كانت ذات طابع منطقي عام، هو ما نسميه "التناقضات المنطقية" وقد كانت هذه النقيصة بمثابة الدافع لإعادة بناء النسق المنطقي من أساسه[43].

ثانيا: المبرر الرياضي: يمكن الحديث عن المبرر الرياضي من زاويتين مختلفتين على الأقل هما:

1-من حيث محاولة اصطناع منهج أشبه بالمنهج الرياضي في دقته بحيث يمكن تطبيقه لا على الرياضيات فحسب، بل بالنسبة لكافة موضوعات الفكر، ويتمثل هذا الاتجاه في محاولات أولية قام بها ديكارت وليبنتز وغيرهما.

---

[40]- هانز رشنباخ: نشأة الفلسفة العلمية، ص193-196.

[41]- برتراند رسل: أصول الرياضيات،ترجمة محمد مرسي أحمد واحمد فؤاد الأهواني، دار المعارف، مصر،1965، ص21.

[42]-R. carnap, R: the old and the new logic: op.cit, p 143.

[43]-Jbid:p 139. نقلا عن: ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص06-07.

*أي من حوالى سنة 1920 إلى 1930.

2-من حيث ضرورة تطوير المنطق الجديد على نحو يجعل في مستطاع العلماء حل كثير من المشكلات الرياضية، خاصة بعد ظهور الهندسات اللاإقليدية مثل هندسة ريمان، يقول موريس شليك schlick في مقال له بعنوان: "نقطة التحويل في الفلسفة المعاصرة"،"من المعروف جيدا أن الرياضيين قد طوروا المناهج المنطقية في السنوات العشر الحالية*وذلك لحل المشكلات التي لم يتمكنوا من التغلب عليها باستخدام الطرق التقليدية للمنطق[44]. ويقول دافيد هيلبرت Hilbert في كتابه " مبادئ المنطق الرياضي"، "إن هناك باعثا قويا أدى إلى تطور المنطق الجديد، وكان ذلك الباعث ناتجا عن حاجة الرياضيات إلى أساس دقيق تقوم عليه، وإلى طريقة دقيقة منهجية للبحث فيها[45].

ويقول كارنب مؤكدا نفس العامل الذي أدى إلى ظهور المنطق الرياضي ما يلي: "إن العامل الهام الذي أدى إلى تطور المنطق الجديد كان يكمن في ظهور الحاجة إلى دراسة نقدية تعيد النظر في أسس الرياضيات، فالرياضيات حصلت قدرا كبيرا من المعرفة الجديدة، إلا أن أسسها لم تتطور بالسرعة الكبيرة التي ينموا بها البناء الرياضي نفسه، وظهرت أبحاث شكلت القوة الدافعة لتطوير المنطق الحديث، ولقد أصبحت ضرورة إعادة بناء المنطق من جديد أكثر إلحاحا حينما لوحظت تلك التناقضات في الرياضيات وهي ذات طبيعة منطقية عامة، تلك التناقضات التي لم يمكن التغلب عليها عن طريق إحداث تغيير أساسي في المنطق[46].

ثالثا: المبرر الفلسفي:

يرى بعض الفلاسفة المعاصرين أن الفلسفة بصفة عامة والميتافيزيقا بصفة خاصة ظلت تعالج موضوعات بعينها أكثر من عشرين قرنا من الزمن، ولم تنته إلى حل لها عبر هذه القرون الطويلة، وهو ما دفع بالفلاسفة إلى إرجاع ذلك إلى طريقة التفكير نفسها في هذه المشكلات، أو بمعنى آخر إلى المنطق التقليدي الذي ظلت له السيادة على التفكير الفلسفي طوال هذه الفترة أيضا، والذي كان يعتبر دائما مدخلا للفلسفة،ومنه ظهرت الحاجة عندهم إلى إصلاح المنطق القديم أو تغييره لعله يكون في مستطاع الفيلسوف التوصل إلى حل مشكلاته التي عجز عن حلها حينما كان يصطنع طريقة التفكير المنطقية القديمة، وهذا ما دفع ببعض الفلاسفة إلى استخدام المنهج التحليلي الجديد أي التحليل المنطقي بالنسبة للمشكلات التقليدية في الفلسفة فوجدوا أن أغلبها لم يكن بالمشكلات أصلا، وأنها سرعان ما تزول إذا ما حللناها تحليلا منطقيا، وبمعنى آخر إذا ما حللنا اللغة التي تصاغ فيها هذه المشكلات تحليلا منطقيا[47].

1-يقول ردولف كارنب موضحا هذه المسألة: "وبإتباع طرق المنطق الحديث أوضح لنا التحليل أن كثيرا من التصورات الفلسفية لا تستوفي أقصى درجات الدقة، فبعضها يجد تفسيره بطريقة مختلفة، وبعضها يجب استبعاده على أنه شيء خال من المعنى"[48]. لأجل هذا الغرض وضع مجموعة من الفلاسفة منهج التحليل المنطقي لعبارات اللغة وألفاظها، وانتهوا إلى إنكار الميتافيزيقا، أو إلى حذفها وإسقاطها بواسطة التحليل المنطقي للغة.

---

[44]-schlick, m: the mirning point in philosophy. (in: logical positivism: ed: by; ayer aj. Free press;4th printing, 1963, v.s a; p 54.

[45]-hilbert, d and ackerman, w. principles of mathematical logic (newyork 1950) preface p 01.

-نقلا عن: ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص08.

[46]-ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص08-09.

[47]- ألفرد تارسكي:مقدمة للمنطق، ص09.

[48]-carnap: r. the old and the new logic, p 137.

2-ويقول رسل في نفس السياق ما يلي: "يبدو لي أن أساليب استخدام المنطق الرياضي كما طورناها في كتاب "مبادئ الرياضيات" ذات أثر فعال، بل وقادرة على أن تزودنا بأداة جديدة لمناقشة كثير من المشكلات التي ظلت إلى لآن موضوعا للغموض الفلسفي"[49].

3-والأمر نفسه مع لودفيج فتجنشين: Wittgenstein الذي يعتبر أن الفلسفة كلها عبارة عن تحليل للغة، وينتهي في تحليله إلى أن "معظم القضايا والأسئلة التي كتبت عن أمور فلسفية ليست كاذبة، بل هي خالية من المعنى فلسنا نستطيع إذن أن نجيب عن أسئلة من هذا القبيل وكل ما يسعنا هو أن نقرر عنها أنها خالية من المعنى، فمعظم الأسئلة والقضايا التي يقولها الفلاسفة إنما تنشأ عن حقيقة كوننا لا نفهم منطق لغتنا، وإذن فلا عجب إذا عرفنا أن أعمق المشكلات ليست في حقيقتها مشكلات على الإطلاق[50].

---

[49]-russell b: logical atomism (in: logical positivism), p: 33.

[50]– لود فيج فتجنشتين: رسالة منطقية فلسفية، ترجمة: د. عزمي إسلام ، مراجعة د. زكي نجيب محمود، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1968، ص 83، عبارة رقم: 4,003.

المحاضرة الثالثة: أرسطو والمنطق الرمزي.

تمهيد.

1-أرسطو والثوابت.

2-أرسطو والمتغيرات.

3- أرسطو والمنطق كنسق استنباطي.

4-نقد النسق الاستنباطي لدى أرسطو.

تمهيد:

أراد المناطقة المحدثون للمنطق أن يكون أكثر صورية مما بدا عليه المنطق التقليدي، بمعنى أن المنطق التقليدي قطع شوطا في إقامة صورية المنطق، فإلى أي مدى استخدم أرسطو الرموز، واتخذ النسق الاستنباطي منهجا لصياغة نظرياته؟ خاصة إذا علمنا بأن مآخذ المنطق الرياضي المعاصر على منطق أرسطو تختص بموضوع المنطق وليس ذلك من ناحية حصر أرسطو لموضوع المنطق في الاستنباط وقوانينه، وإنما فقط في حصر الاستنباط نفسه في قواعد القياس الضيقة وحسب، فلم يتنبه أرسطو إلى ضرورة التوسع في تتبع قوانين الاستنباط بحيث تشتمل قوانين أخرى لا تمت إلى القياس اللغوي بصلة، وتلك هي قوانين الاستنباط التي تمارسها الرياضة، أوسع العلوم الاستنباطية، والتي يعرفها تماما اللوجيستيقا[51].

1-أرسطو والثوابت: السؤال المحوري الذي يطرح نفسه هو: هل استخدم أرسطو الثوابت؟

تشير نصوص أرسطو في كتابه "العبارة" إلى أنه ميز بين القضية البسيطة simple. P والقضية المركبة composite. P، وإن الأولى تقرر شيئا أو تنفيه عن موضوع ما، بينما تتألف الثانية من قضايا بسيطة، لكن أرسطو لم يجعل هذا التمييز بداية لتحليل منطقي للقضية المركبة ومن ثم لم يدرس الثوابت التي تقوم في القضايا المركبة دراسة مستفيضة، وبالتالي لم يضع لها رموزا[52].

إن الصور المنطقية شأنها كشأن قضايا الرياضيات تشتمل على "ثوابت constants" وعلى "متغيرات variables"، وأرسطو لم يرمز إلى الثوابت المنطقية القليلة التي استطاع أن يميزها مثل: "كل" و "بعض" و "يتضمن" أو "يلزم" و"لا النفي" وغيرها ولكنه رمز إلى الحدود المتغيرة variables التي تظهر إلى جوار تلك الثوابت في كل صيغة منطقية، فمثلا في القياس لم يرمز أرسطو إلى ثابت "التضمن" (إذا...إذن...) أي الشرط وجوابه الذي بواسطته تنتج النتيجة عن المقدمة أيا كانت الحدود، ولكنه رمز فقط إلى الحدود المتغيرة أ، ب، ج،...التي يمكن استبدالها في داخل ذلك الثابت بقيم محددة مثل سقراط وإنسان وحيوان مثلا، وبذلك جاء رمزه المنطقي ناقصا بحيث لم يتمكن المنطق من

---

[51]-راجع: محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي، ص 42.

[52]-محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 30.وراجع أيضا: أرسطو : منطق أرسطو ،ترجمة عبد الرحمان بدوي،وكالة المطبوعات ، الكويت.

التحول إلى حساب كما هو الشأن في الرياضيات، إذ ينقصه تمييز العمليات المنطقية نفسها مع الرموز لها وهي التي تقابل العمليات الرياضية وتسمى "الثوابت" لأن معناها لا يتغير أبدا داخل النظرية الرياضية[53].

فأرسطو استخدم ثوابت قليلة كالسلب (النفي) Negation والربط Conjunction والتضمن Implication، حيث استخدم السلب حين صاغ القياس في صورة تضمن، لكنه لم يدرس الربط والتضمن دراسة خاصة، كما عرف أرسطو فكرة السور في القضية واستخدمها ليدل على كم الموضوع، لكنه لم يدرك أهميتها المنطقية وبالتالي لم يضع لها رموزا، وهذا يعني أن أرسطو عرف عددا قليلا من الثوابت[54].

فرموز أرسطو إذن ناقصة خاصة ما تعلق منها بالثوابت المنطقية Logical Constants مثل "إذا كان ...فإن...إلخ، إن جهازه الرمزي ناقص وقد استكمل هذا الجهاز عندما تم ترميز الثوابت المنطقية في المنطق الرياضي المعاصر، الذي لا يجعلنا نعلم إن كنا في الرياضة أو في المنطق بسبب التشابه الكبير بين العلمين في الناحية الرمزية[55].

2-<u>أرسطو والمتغيرات</u>: نطرح في هذا العنصر تساؤلا أساسيا مفاده: هل استخدم أرسطو المتغيرات؟ الإجابة على هذا التساؤل تأتي في النقاط التالية:

1-تناول أرسطو في منطقه حدودا كلية Universal terms مثل: "إنسان"، "حيوان"، وكان يفترض أن هذه الحدود تدل على وجود واقعي محسوس لما يندرج تحتها من أفراد، ولكنه تجاهل الحدود الفارغة، أي الحدود التي لا يندرج تحتها ما يشير إلى فرد موجود في الواقع مثل: "حصان مجنح" وما إلى ذلك.

2-حرص أرسطو على كتابة القضايا في صورة رمزية، إذ كان يضع حروف الهجاء متغيرات ترمز إلى الحدود في القضية.وقد عبر منطق أرسطو عن القضية الكلية الموجبة بـ: ب محمول على كل أ. B is predicated of all A، أو: ب ينتمي إلى كل أ، B bellong to all A، وقد كان أرسطو يصوغ القياس في صورة قضية شرطية متصلة تعبر المقدمتان مرتبطتين بواو العطف عن المقدم وتعبر النتيجة عن التالي: "إذا كان أ محمولا على ب وب محمولا على كل جـ فإن أ محمول على كل جـ[56].

ويزداد استخدام أرسطو المتغيرات الحدود حين يتحدث عن قوانين العكس Conversion ونقص المحمول Obversion وعكس النقيض :Transposition

"إذا كان أ محمولا على كل ب، فإن ب محمول على بعض أ، وهكذا.

3-استخدم أرسطو حروف الهجاء رموزا للقضايا لا للحدود، حين أثبت أن ما هو ضروري ينتج عما هو ضروري وأن الممكن ينتج عنه الممكن، وأن القضية الضرورية أو الممكنة لا يلزم عنها قضية مستحيلة، يقول أرسطو: ".....إذا كان أ محمولا على ب، و ب محمولا على

53-محمد ثابت الفندي: المرجع السابق، ص 43-44.

54-محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 30.

55-علي عبد المعطي محمد، السيد نفادي: أسس المنطق الرياضي، ص 170.

56 مصطفى النشار: نظرية العلم الأرسطية: دراسة في منطق المعرفة عند أرسطو: دار المعارف، مصر، ط2، سنة 1995، ص 99-112.

ج، فإن أ محمول على ج، وإذا كانت كل منهما ممكنة فالنتيجة ممكنة، وإذا وجب علينا أن نعبر مثلا عن المقدمات بالحرف أو النتيجة بالحرف ب ، فإنه لا ينتج فقط أنه إذا كان أ ضروريا يكون ب ضروريا، بل وينتج أيضا أنه إذا كان أ ممكنا يكون ب ممكنا، ومادمنا برهنا على ذلك فمن الواضح أنه إذا قمنا بفرض خاطئ لكنه ليس مستحيلا فإن نتيجة الفرض سوف تكون خاطئة لكنها لن تكون مستحيلة، إذا كان أ خاطئا لكنه غير مستحيل، وإذا كان ب نتيجة أ، فإن ب خاطئ لكنه ليس مستحيلا[57].

فالنظر المتعمق في التحليلات الأولى" لأرسطو يتبين له مدى اهتمامه البالغ بإبراز الصورة في نقائها التام حين حاول اتخاذ منهج الرموز الحرفية، إذ أنه رأى أن ذلك النقاء الصوري إنما يبلغ بالرمز الحرفي حين اتخذ حروف الهجاء الكبرى دلالة على حدود القضية القياسية، وإذن فأرسطو استعمل الطريقة الرمزية كطريقة للمنطق[58].

3-**<u>أرسطو والمنطق كنسق استنباطي</u>**: وضع أرسطو أسس النسق الاستنباطي في كتابه "التحليلات الثانية" يشير أرسطو إلى أن كل برهان يبدأ بثلاثة عناصر: تعريفات Definitions ومبادئ Axioms وفروض Postulats، يبدأ بها كل برهان لكنها ذاتها لا تقبل البرهان. بالتعريفات نحدد معاني الألفاظ المستخدمة في العلم المراد بحثه: ليست التعريفات قضايا تقرر وجود شيء ما أو تنفيه ومن ثم لا توصف لا بالصدق ولا بالكذب، وإنما يكفي أن يكون اللفظ المعرف مفهوما لدينا، أما المبدأ فهو قضية يجب أن يعرفها الطالب إذا أراد أن يتعلم شيئا على الإطلاق، وهناك شروط ثلاثة يجب توفرها في القضية كي تكون مبدأ.

أ . أن تكون صادقة True.

ب . وأولية Primary.

وجـ . أكثر قبولا لدى العقل More intelligible.

أما الفرض فهو قضية تقرر واقعة يمكن استنباط نتائج منها يلاحظ أرسطو أن الفرض أقل وضوحا من المبدأ ومن ثم يمكن البرهان عليه لكن المعلم يسوقه دون برهان. من هذه التعريفات والمبادئ والفروض يمكن استنباط قضايا هي النظريات[59].

إن فكرة النسق الاستنباطي متحققة عند أرسطو في نظرية القياس، وهذا ما لخصه "هيث Heath"، عن موقف أرسطو من فهم النسق الاستنباطي في عبارة فيها نقلا عن أرسطو:"إن كل علم برهاني يجب أن يبدأ من مقدمات لا مبرهن عليها وإلا فإن خطوات البرهان ستكون لا نهائية، أما عن الأصول اللا مبرهن عليها فإن بعضها (أ) عام بالنسبة لكل العلوم، وبعضها الآخر (ب) خاص أو متعلق بالعلم الخاص، أما الأصول العامة فهي البديهيات ويمكن شرحها عن طريق البديهية القائلة: إذا طرحنا أشياء متساوية من أشياء متساوية فإن النواتج ستكون متساوية أيضا، أما فيما يتعلق بـ (ب) فإن لدينا أولا الجنس أو الموضوع الذي يجب افتراض وجوده"[60].

---

[57]-محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 27-28-29.

راجع أيضا: التحليلات الأولى لأرسطو. Analytica priora.

[58]-محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي، ص 42-43.

[59]-محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي، ص 32-33.

[60]- Heath. T.L: the thirteen books of euclids elements, Cambridge, England. The university press, 1908, 1, 119.

يعني أرسطو بما هو عام لكل العلوم المبادئ الثلاثة للفكر أو للعقل وهي:

-مبدأ الذاتية (الهوية) . مبدأ عدم التناقض . مبدأ الثالث المرفوع.أما ما يقصده بالأصول الخاصة بكل علم من العلوم خاصة الرياضيات فيتمثل في:

1-التعريفات: وهي قضايا تشرح معنى الحدود الأولية ولا يقال لها صادقة أو كاذبة.

2-**المبادئ (البديهيات)**: وتتسم بأنها قضية لا برهان عليها وواضحة في ذاتها.

3-المسلمات (الفروض): وهي قضايا لا برهان عليها، وهي ليست بينة بذاتها ويجد المتعلم عنادا في قبولها ومن ثم فهو يصادر بها حتى تتضح له فيما بعد[61].

وإذا كان النسق الاستنباطي يقوم على خاصية عدم التناقض باعتبارها خاصية منطقية وليست رياضية، ولما كان مبدأ عدم التناقض هو ثاني مبادئ الفكر في المنطق الأرسطي فإن هذا يوحي بأن المنطق الأرسطي هو نسق استنباطي الذي يستمد اليقين من الأصول التي يبدأ منها، وعليه فإن أقدم نسق منطقي استخدم فكرة النسق الاستنباطي هو نسق المنطق الأرسطي الذي أودعه أرسطو نظرية القياس[62].

4- نقد النسق الاستنباطي لدى أرسطو: يعتبر بعض المناطقة المعاصرين أن أرسطو وضع أسس النسق الاستنباطي، إلا أنه لم يستطع إقامة منطقه نسقا استنباطيا بدليل أن المنطق الأرسطي يمكن حصر موضوعاته الأساسية في أربع:

1- التقابل بين القضايا ويشمل قواعد التناقض والتضاد والتداخل والدخول تحت التضاد.

2-الاستدلال المباشر ويشمل قواعد العكس ونقض المحمول وعكس النقيض.

3-القياس وأشكاله وضروبه وقواعد إنتاجه.

4-رد الأقيسة: وهو البرهان على صحة ضروب الشكلين الثاني والثالث باستنباطهما من ضروب الشكل الأول، ويلاحظ أن أرسطو لم يضع هذه النظريات في نسق استنباطي.

نورد بعض الشواهد على صحة هذا الموقف:

أ- لم يذكر أرسطو في صراحة ووضوح ومنذ البدء قائمة التعريفات والمبادئ والمصادرات بالنسبة لكل نظرية من النظريات السابقة، ولا بالنسبة للنظريات كلها كما لو كانت نظرية واحدة.

ب-وضع أرسطو قوانين كل نظرية من النظريات الثلاثة الأولى السابق ذكرها، منفصلا بعضها عن بعض، ولو نظر إلى منطقه كنسق لربط بينها وحذف منها ما كان تكرارا، فلو أخذنا القوانين الثلاثة الآتية: إذا كان ب محمولا على كل أ فإن ب محمول على بعض أ.(أحد قوانين

-انظر: ماهر عبد القادر محمد علي: المنطق الرياضي، ص 93.

[61]-محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص 44.

[62]-ماهر عبد القادر محمد علي: المنطق الرياضي، ص 92-93.

التقابل)، إذا كان ب محمولا على كل أ، و أ محمولا على كل جـ، فإن ب محمول على كل جـ(الضرب الأول على الشكل الأول) وإذا كان ب محمولا على كل أ، وجـ محمولا على كل أ، فإن ب محمول على بعض جـ(الضرب الأول من الشكل الثالث). إذا أخذنا هذه القوانين الثلاثة واعتبرناها مقدمات أولية لنسق منطقي بمعنى أنه يمكن استنباط قضايا منها أكثر تعقيدا، لوجدنا أن القانون الثالث لغو يمكن اشتقاقه من القانونين الأول والثاني[63].

وهذا ما دفع يان لوكازيفتش Lukasievicz إلى القول بأن أرسطو لم يضع منطقه في نسق استنباطي لكنه أدرك بمنطقه مقومات النسق[64].

خلاصة:

الحقيقة هي أن أرسطو قطع شوطا محدودا في إقامة منطق رمزي فهو قد استخدم نوعا واحدا من الرموز، وهي رموز المتغيرات للحدود، ولم يستخدم متغيرات ترمز إلى القضايا إلا نادرا، لم يدرس الثوابت والأسوار ولم يضع لها رموزا.

فإذا لم تكن له مساهمات جادة في نظريات المنطق الرمزي الأربعة، فإن منطقه جزء من "نظرية الأصناف" باعتبارها إحدى نظريات المنطق الرمزي المعاصر.

المحاضرة الرابعة: مفاهيم المنطق الرمزي

تمهيد:

1-المتغيرات

[63]-محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 32-35.

[64]-راجع: مصطفى النشار: نظرية العلم الأرسطية، ص 109-116، وانظر أيضا، زكي نجيب محمود: نحو فلسفة علمية، ط2، مكتبة الأنجلو المصرية، 1980، ص 24.

2–الثوابت

3–دالة القضية

4–قيمة الصدق

5–دوال الصدق

تمهيد:

ينتمي المنطق والرياضيات للعلوم الصورية formal sciences إلا أن المنطق يستخدم المفاهيم المتميزة تماماً عن مفاهيم الرياضيات، غير أن النقلة التاريخية التي حدثت في المنطق والرياضيات من النصف الثاني من القرن التاسع عشر، جعلت المنطق يقترب من الرياضيات إلى درجة كبيرة جداً، إذ اتجه المنطق إلى البرهنة الدقيقة على أفكار ونظرياته وقضاياه. وفي المقابل اتجهت الرياضيات إلى الاقتراب أكثر من المنطق بحثا عن أصولها المنطقية، فحدث الانصهار بين الرياضيات والمنطق وظهر ما يسمى بالمنطق الرياضي، واتجه هذا العلم الجديد نحو وحدة علمية متكاملة، إن في المفاهيم أو في النسق.

ومن أهم المفاهيم التي يستند إليها المنطق الرمزي ما يلي:المتغيرات Variables، الثوابت Constants، دالة القضية Propositional function، قيمة الصدق Truth-value، ودوال الصدق Truth-functions [65].

1–**المتغيرات variables**: المتغير هو ما يمكن تغيّره، أو ما يمكن تغييره، أو ما ينزع إلى التغيّر، والمتغير في الرياضيات هو الكمية المنفصلة، أو المتصلة، التي يمكن أن يكون لها قيم مختلفة. والمتغير في المنطق حد غير معين يجوز إبداله بعدة حدود معينة من جهة ما هي قيم مختلفة له[66].

وترجع فكرة المتغير إلى أرسطو الذي رمز بحروف الهجاء اليونانية إلى حدود القضية القياسية والحرف الهجائي في القضية المنطقية أو الرياضية ليس اسماً لشيء ما بالذات إنما هو اسم لممكنات كثيرة غير محصورة ولا منظورة إذا وضع واحد منها مكان المتغير سمي "قيمة المتغير" فيتحدد المتغير.

ويستعمل المنطق الرياضي الآن ترقيما أبجديا يختلف باختلاف أقسامه، ففي حساب القضايا الأولية يستعمل الحروف اللاتينية الصغيرة ابتداء من P بحيث يدل كل فرد على قضية منفردة مثلا P على سقراط فيلسوف، q على سقراط أثيني وهكذا . وفي حساب الفئات تستعمل أوائل فيها الحروف الصغرى اللاتينية ابتداء من a للدلالة على الفئات، مثلا a للدلالة على طلاب فرقة المنطق.

---

[65]–ما هر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص66/65.

[66]–جميل صليبا المعجم الفلسفي، ج2، دار الكتاب اللبناني، بيروت، دار الكتاب المصري القاهرة 1979، ص330.

أما حساب العلاقات فيستعمل فيها الحروف اللاتينية الصغرى الأخيرة t,y,x للدلالة على متغيرات العلاقات[67].

مثال: نأخذ الصيغة التالية: "إذ كان زيد إنساناً فإن زيداً فان" إذا أخذنا المقدم: زيد إنسان" ورمزنا له بالرمز P، وأخذنا التالي "زيد فان" ورمزنا له بالرمز q. نحصل على الصيغة التالية: "إذا كان P فإن q"[68].

2-الثوابت: Constants: الثابت ضد المتغيّر، فكل شيء لا تتغير حقيقته بتغير الزمان فهو شيء ثابت، ويطلق الثابت على الموجود، أو على الأمر الذي لا يزول بتشكيك المشكك[69]، ونحن نميز في الحدود والرموز التي ترد في القضايا المبرهنة في الرياضيات والبراهين الرياضية بين الثوابت Constans والمتغيرات Variables، ففي الحساب مثلا: نصادف ثوابت مثل: "عدد" ، "صفر "، "واحد"، "علامة المجمع + "، وغير ذلك، بحيث يكون لكل لفظ من هذه الألفاظ معنى محدد تمام التحديد على نحو يجعله ثابتا لا يتغير أثناء إجراء العمليات الحسابية[70].

وقد تبين للمنطق الرياضي أنه من الممكن استعارة فكرة الثوابت من الرياضيات، ولكن بصورة تلائم عملياته، وتجعل مفاهيمه واضحة، من خلال وضع مجموعة من الثوابت التي إذا ما طبقت على الصيغ أمكن الانتقال من صيغة لأخرى انتقالا صحيحا مثال: (إذا كان p فإن q). في هذه الصيغة نلاحظ وجود السور Quantifier "إذا...فإن..." وهذا السور يشير إلى العلاقة بين p،q ويمكن الاستغناء عنه ووضع أحد الثوابت مكانه لتأتي الصيغة ككل مشيرة إلى المتغيرات والعلاقة بينها، والثابت الذي يوضع بدلا من "إذا...فإن..." هو ثابت التضمن حيث: $p \supset q$.

فالقضية هنا صارت في صورة رمزية Symbolic form قوامها متغيران وثابت. والصيغة التي تحتوي على متغيرات وثوابت نسميها "دالة القضية"

والثوابت المنطقية المستخدمة في المنطق الرمزي متنوعة فهناك:

1-ثابت الوصل Conjunction ويرمز لها بـ (.) وتعني "و" أو "And".

2-ثابت الفصل Disjunction ويرمز لهابـ (V) ويعني "أو" أو "إما...أو...".

3-ثابت السلب Negation ويرمزله بـ (~) ويعني "لا" أو "Not".

4-ثابت التضمن Implication ويرمز له بـ ($\supset$) وتعني "يتضمن" أو "Imply".

5-ثابت التكافؤ Equivalence ويرمز له بـ" $\equiv$ " وتعني "تكافؤ" أو "Equivalent".

أمثلة:

---

[67]-محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، ص121/120.

[68]-ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص69/68.

[69]-جميل صليبا: المعجم الفلسفي، الجزء الأول، ص373.

[70]-ألفرد تارسكي: مقدمة المنطق، ص39.

1–ثابت الوصل (.):

إذا كانت لدينا القضية "الدنيا نهار"، ورمز لها بالرمز P، والقضية "الشمس طالعة" ورمز لها بالرمزq، نعبر عن هذه القضية التي تربط بينهما وتؤلف منهما قضية واحدة بـ "الدنيا نهار والشمس طالعة" والوصل بين القضيتين يشار إليه بالحروف "و" ورمزه الثابت (.)، وباستخدامنا للصيغة الرمزيةq.p و (.). تصبح الصيغة: q.p. وتقرأ الصيغة: "p and q".

ومن ارتباط المتغيرين q.pبثابت الوصل (.) تنشأ لدينا: دالة الوصل.

2–ثابت الفصل: (v):

لدينا القضية "إما أن يزحف الجنود لملاقاة الأعداء أو يستمرون في التدريب" مكونات هذه القضية هي: "إما...أو..." وهو ثابت الفصل(v).

"يزحف الجنود لملاقاة الأعداء"وهو القضية الأولى. ونشير إليها بالمتغيرp.

"يستمر الجنود في التدريب" وهو القضية الثانية ونشير إليها بالمتغير q.

ومن ثم يمكن وضع القضية ككل في الصيغة التالية: "p v q"، والصيغة الرمزية "p v q"هي ما نشير إليه بدالة الفصل.

3–ثابت التكافؤ(≡):

الصيغة التي نعبر بها عن علاقة قضية بأخرى من خلال ثابت التكافؤ هي: "p ≡ q". وتقرأ "p equivalent q"، والصيغة ككل تشير إلى دالة التكافؤ.

4–ثابت السلب (~):

ثابت السلب لا يؤسس علاقة بين قضيتين، وإنما يدخل على قضية واحدة فينفيها إذا كانت القضية "كل إنسان فان" وأدخلنا عليها ثابت السلب "لا إنسان فان" فإن القضية الثانية تصبح p~.وما نعنيه بالصيغة p~ هو أنها نفي أو نقيضp. [71]

3–دالة القضية: Propositional function:

الشق الأول من المصطلح هو "دالة" Function أحد المفاهيم الرئيسية في الرياضيات، أما الشق الثاني وهو مفهوم "القضية" Proposition من المفاهيم المنطقية للمنطق الصوري، يمكن توضيح ذلك بمثال من الرياضيات، الدالة: ص=(4أ+2) هنا نجد أنه إذا عرفت قيمة أ تحددت بالتبعية قيمة ص، بمعنى أن ص دالة أ، ونعبر عنها في الجبر المألوف بـ [ص(د)أ].الدالة هنا ما يتبقى لدينا بعد رفع القيم المجهولة (ص، أ) من الصيغة ككل بحيث تصبح ككل ( ) = [4( )+2].

---

[71]–ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 69–72.

انظر: محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي، ص 121–123.

وانظر أيضا: محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة، ص 137–139.

يمكن الحصول على قيمة محددة لهذا التعبير إذا أعطينا لكل من (ص، أ) قيما أو إذا أعطينا لواحدة منهما بعض القيم تحددت قيمة المجهول الآخر.

إذا افترضنا أن قيم (أ) هي: 2، 3، 5، والمطلوب معرفة قيم ص، نقوم بتعويض قيم أو تنتج قيم (ص) على النحو التالي:

في حالة: أ=2.

-ص=4x2+2=10.

في حالة: أ=3.

-ص=4x3+2=14.

في حالة: أ=5.

-ص=4x5+2=22.

والقضية بالمفهوم الأرسطي هي أبسط أنواع القضايا بمعنى القضية الحملية ذات الصورة –الموضوع- المحمول، أما المناطقة ذوي النزعة الرياضية فقد اكتشفوا أن القضية الكلية أو العامة ليست حمليه على الإطلاق، وإنما هي قضية شرطية مثال: كل إنسان فان .

تفسر هذه القضية كما يلي: "إذا كان (س إنسان) فإن (س فان)"، ومكوناتها هي:

1-السور المعبر عن الشرط (إذا كان...فإن...).

2-الصيغة (س إنسان).

3-الصيغة (س فان).

فإذا نظرنا في الصيغة "س إنسان" والصيغة "س فان" وجدنا أنهما ليستا بقضايا لأن هناك قيمة مجهولة هي (س) في الحالتين، فإذا أعطينا (س) عددا معينا من القيم تحددت الصيغة التي أمامنا. وما يفهمه المنطق الرياضي من الصيغة "س إنسان" أنها دالة قضية تصبح قضية فقط إذا تعينت قيمة (س). فإذا أعطينا (س) القيمة زيد "أصبحت ككل" إذا كان زيد إنسانا فإن زيدا فان، معبرة عن قضية شرطية لها مقدم وتالي[72].

4-قيمة الصدق: Truth value:

قيمة الصدق بالنسبة لأي صيغة من الصيغ تتحدد وفق مجموعة من العوامل هي:

[72]-ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 66-68.

انظر أيضا: ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص 40-41.

أ-معنى الثابت المنطقي: فالصيغة التي تحتوي على ثابت التضمن مثلا تختلف قيمة صدقها عن تلك التي تحتوي على ثابت التكافؤ أو الوصل أو الفصل.

ب-صدق القضيتين معا.

ج-كذب القضيتين معا.

د-صدق واحدة وكذب الأخرى[73].

5-دوال الصدق Truth functions:

الثوابت المنطقية أدت إلى وجود دوال مختلفة وهي: دالة الوصل، ودالة الفصل، ودالة التضمن، ودالة التكافؤ، ودالة السلب، يمكننا أن نشير إلى معنى الثابت ونحلل الدوال المختلفة باستخدام مفاهيم قيمة الصدق وقائمة الصدق.*

أ-دالة الوصل (p . q): إذا كانت قضيتنا هي "السماء ساطعة والجو صحو" ورمز للقضية الأولى "السماء ساطعة" بالرمز p، والقضية الثانية "الجو صحو" بالرمز q، فإن القضية المؤلفة منها في صيغتها الرمزية المتكاملة تصبح (p . q) وهنا توجد لدينا أربع احتمالات للصدق والكذب في إطار هذه الصيغة:

-صدق p، q معا.

-صدق p، كذب q.

-كذب p، صدق q.

-كذب p، كذب q.

تتحدد قيمة صدق دالة الوصل (q. p) على أساس معنى ثابت الوصل الذي ينص على أن "دالة الوصل تكون فقط إذا صدق p . q معا، وتكذب فيما عدا ذلك". ويمكن وضع الدالة في القائمة صدق تصميم بعددالمتغيرات والثابت الذي لدينا على النحو التالي:

p	.	Q
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	F	F

[73]-ماهر عبد القادر: المرجع نفسه، ص 73.

*يوضع تحت كل متغيررمز الصدق Truth الذي نشير إليه بالرمز T، ورمز الكذب Falseالذي نشير إليه بالرمزF.

الحالة الوحيدة التي صدقت فيها الدالة هي:

حالة صدق p . q، وأن هناك حالات ثلاث للكذب.

ب–دالة الفصل (p v q):

قيمة صدق دالة الفصل تتوقف على تطبيق معنى الفصل على حالات صدق وكذب p، q ، وينص معنى الفصل على أن: "الدالة تصدق في حالة صدق p . q معا، أو صدق واحدة وكذب الأخرى، وتكذب فقط في حالة كذبهما معا"، وبتطبيق هذا المعنى على حالات صدق وكذب p .q يمكن أن نحصل على القيم الآتية:

p	v	Q
T	T	T
T	T	F
F	T	T
F	F	F

يلاحظ هنا أننا حصلنا على ثلاث قيم للصدق وقيمة كذب واحدة في الحالة الأخيرة حيث كذبت p ، q معا[74].

ج–دالة التضمن (p ⊃ q)

تتحدد قيمة صدق دالة التضمن من خلال تطبيق معنى التضمن على حالات صدق p، q، وينص معنى التضمن على أن "الدالة تكذب فقط في حالة صدق p وكذب q وتصدق فيما عدا ذلك من الحالات" و يتوضح هذا المعنى من خلال قائمة الصدق التالية:

P	⊃	Q
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	T	F

[74]–ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 74-76.

د–دالة التكافؤ: $(p\equiv q)$:

ينص معنى التكافؤ على أن:"الدالة تصدق فقط في حالة صدق وكذب p، q معا، وتكذب في حالة صدق أحدهما وكذب الأخرى" ونحن نلاحظ أن حالات صدق وكذب p، q معا حالتان ،وأن حالات صدق واحدة وكذب الأخرى حالتان أيضا، ومن ثم فإن الدالة صادقة في حالتين وكاذبة في حالتين، ونوضح ذلك من خلال قائمة الصدق التالية:

p	≡	**q**
T	T	T
T	F	F
F	F	T
F	T	F

[75]

د–دالة السلب $(\sim p)$:

تنص قاعدة هذه الدالة على أنه إذا كانت القضية p صادقة، فإن q كاذبة والعكس صحيح.

P	~p
T	F
F	T

[76]

المحاضرة الخامسة: نظرية حساب القضايا.

تمهيد.

1-الاستنباط.

2-النسق الاستنباطي.

[75]–ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 76-77.

[76]–ماهر عبد القادر: المرجع نفسه، ص 77.

3-مبادئ النسق الاستنباطي.

4-مقدمات نظرية حساب القضايا.

5–أهم عناصر نظرية حساب القضايا

تمهيد:

يعتبر موضوع المنطق الرمزي "دراسة مختلف النماذج العامة للاستنباط أو الاستدلال" كما يرى برتراند رسل ،الذي أراد للمنطق أن يكون أكثر صورية ورمزية مما كان عليه عند أرسطو. فقد أراد أن يجعله نسقا استنباطيا ولهذا عمل على تطوير النظريات المنطقية التي سبق لجورج بول وفريجه وبيانو أن بدؤوها[77]. وهذا الجهد الذي بدأه كل من فريجه وبيانو أثمر في النهاية كتاب "مبادئ الرياضيات"، "برنكيبيا"principia الذي بعد حلقة من حلقات تطوير نظرية حساب القضايا. وتعني كلمة "حساب" هنا الحساب المنطقي الذي يتناول القضايا بدلا من الأعداد في صورة رمزية خالصة وفي صورة متغيرات وثوابت. وترمز المتغيرات هنا إلى قضايا لا إلى حدود ،كما ترمز الثوابت إلى العلاقات بين تلك القضايا. موضوع نظرية حساب القضايا هو الاستنباط–استنباط قضايا من أخرى بالقياس إلى صورتها المنطقية فقط– ووضع قواعد هذا الاستنباط[78].

1-الاستنباط: **Deduction**يعرف راسل الاستنباط بأنه" العملية التي ننتقل بواسطتها من معرفة قضية–كمقدمة– إلى معرفة قضية أخرى–كنتيجة– وأن يستلزم هذا الانتقال وجود علاقة معينة بين المقدمات كأساس للوصول إلى النتيجة"، والعلاقات المنطقية متعددة، أكثرها أهمية علاقة التضمن (اللزوم)[79].

2-التضمن خاصية النسق الاستنباطي: كانت علاقة التضمن هي العلاقة الأساسية والوحيدة في كل استنباط في المنطق التقليدي. غير أن راسل يصرح أن حساب القضايا يقدم لنا علاقات منطقية أخرى وهذا ما قام به في كتابه "أصول الرياضيات" أين أمكنه صياغة تصوراتها في "البرنكيبيا principia " من خلال نسق متكامل من الرمزية :لأن الرموز Symbols تعبر عن درجة عالية من التجريد الفكري فيمكن عن طريقها تحويل الصورة اللغوية للقضية المنطقية إلى صورة رياضية بحتة يسهل استخدامها، والنسق المتكامل للمبادئ "أصول" يستند إلى الاستنباط Deduction وهو ما يعني أنه أمكن في "مبادئ الرياضيات" استنباط الرياضيات البحتة Pure mathematics من أصول منطقية، والاستنباط يعتمد على علاقة التضمن التي تضفي على النسق الاستنباطي مشروعيته.

اكتشف راسل أن نسق المنطق ككل يمكن أن يتطور من خلال فكرة التضمن، وذلك بإقامة تمييز بين التضمن المادي Material implication والتضمن الصوري Formal implication باعتبارهما أساسيين للاستنباط الذي ننتقل فيه من العلم بقضية معينة هي المقدمة إلى قضية أخرى

[77]-P. Russell, the principles of mathematics, London. And.ed. 1937. P 11.

[78]–محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 203–204.

[79]–محمود فهمي زيدان: المرجع نفسه، ص 204.

معينة هي النتيجة. إن علاقة التضمن هي الأساس المنطقي للاستنباط ومحور النظرية ككل وبدونها لا يعد الاستدلال صحيحا. فإذا وجدت علاقة التضمن ضمن خطوات الاستنباط فإن المقدمة تتضمن النتيجة. وبالتالي تلزم النتيجة عن مقدمتها.

مثال: **1)**إذا كان هذا أحمر فإنه ملون.

2)إذا كان أ والد ب فإن **ب** ابن أ.

من النظر في المثالين السابقين نجد أن كل قضية مكونة من جزأين. الأول هو ما نطلق عليه المقدم **Antecedent.** أما الثاني فهو ما يعرف بالتالي Concequent وهو ما يلزم لزوما منطقيا عن المقدم.

فإذا رمزنا لمقدم القضية بالرمز p، وللتالي بالرمز qعلى اعتبار أن q ،p...متغيرات. فإن القضايا السابقة تأخذ الصورة التالية: " If p then q" ولما كانت If then تعني يتضمن Imply أمكننا الاستغناء عن السور "If...then..." ونضع بدلا منها لفظة يتضمن **Imply.** وتأخذ القضية الصورة p imply q أو ق تتضمن ل. وبالمنطق الرياضي فإن القضية تأخذ الصورة التالية:q ⊃ p.[80]

<u>3-مبادئ النسق الاستنباطي</u>: هناك مبادئ أساسية يعتمد عليها النسق الاستنباطي،فإذا كان النسق الاستنباطي لمبادئ الرياضيات يستند إلى نظرية الاستنباط، حيث نستنتج نتائج Conclusions من مقدمات Premisses، فإن الاستنباط كما جاء في كتاب "المبادئ" لراسل يعتمد في جوهره على علاقة التضمن Implication باعتبارها علاقة أساسية.

والنسق الأساسي للاستنباط يقوم بصفة نهائية على أربع حقائق ضرورية لقيام عملية الاستنباط هي:

1-أن نسق كتاب المبادئ يقوم على أساس الإشارة للقضايا بحروف لاتينية صغيرة مثل: r , q , p، واستخدام الرموز هنا يحقق فائدة علمية كبيرة، إذ أنها تقوم مقام اللغة لتوضيح الصورة المنطقية على نحو أدق. ولذا فهي توفر لنا قدرا كبيرا من الجهد والوقت.

2-أن كل قضية مقررة أي صادقة من قضايا النسق نجدها مسبوقة بعلامة التقرير assertionالتي يرمز لها بالرمز

(⊣) وقد استعار رسل وهوايتهد علامة التقرير من فريجه.

3- كما يعتمد النسق الاستنباطي لحساب القضايا ككل على مجموعة من الثوابت المنطقية التي يقوم عليها الاشتقاق. ثابت السلب Negation، وثابت الفصل Disjunction، وثابت الوصل Conjuction وثابت التضمن Implication،وثابت التكافؤ Equivelance. وقد رد رسل جميع هذه الثوابت واختصرها إلى ثلاثة فقط هي السلب و الفصل وتعريف التضمن بدلالة السلب والفصل معا.* ~p v q =p q.

---

[80]–ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 98-103.

4-إن النقط Dots في الجهاز الاستنباطي تستخدم لتحديد مجال القضايا وهي تقوم مقام الأقواس، ومن ثم فهي جزء من الجهاز الرمزي المستخدم، لكنه يمكن لنا أن نستغني عن النقط باستخدام الأقواس وفقا لما هو متبع في الرياضيات حتى لا يحدث أي نوع من الاختلاط بين مجال القضايا المختلفة[81].

4-مقدمات نظرية حساب القضايا:

نظرية الاستنباط تبدأ بالأفكار والقضايا الابتدائية، حيث نجد نقطة البدء في أي نسق رياضي أو منطقي متماسكة ومحكمة بدرجة يستطيع معها الرياضي أو المنطقي أن يصل إلى البرهنة الدقيقة على قضايا النسق[82].

4-1-الأفكار الأولية والتعريفات: نظرية حساب القضايا أول خطوة من خطوات تطبيق المنطق الاستنباطي في المنطق على نحو تام. وتبدأ بوضع عدد معين من الحدود الأولية، وعدد معين آخر من التعريفات، وعدد معين ثالث من المقدمات الأولية منذ البدء، نستنبط منها قضايا أخرى نسميها (نظريات) Theorems[83].

وهناك ثلاثة أفكار أساسية بالإضافة إلى تعريف يبدأ منه النسق:

أ–أن القضايا الأولية Elementary propositions التي لا تتضمن متغيرات، أو لا تحتوي على كلمات مثل "كل" و "بعض"، يشار إليها بالحروف اللاتينية **p، q**،r ... ويشار إليها فيما الرمزية العربية بالحروف : ق، ل، م،...وأي تأليفات من هذه القضايا عن طريق النفي أو الوصل أو الفصل هي أيضا قضايا أولية.

ب–**دوال القضايا الأولية** Elementary propositions functions وهي تعبير يحتوي على مكون غير محدد، أي متغير، فإذا كانت p(أو ق) قضية أولية غير محددة، فإن p ~(أي~ق) قضية أولية.

جـ–التقرير **Assertion** يشير النسق إلى القضية الصادقة أو المقررة بعلامة تسبق القضية مباشرة وهي (⊣).

التعريف: أشار نسق برنكيبيا Principia إلى تعريف هام يقوم عليه النسق ككل، وهو تعريف التضمن بدلالة السلب والفصل على النحو التالي:

تعريف التضمن: p ⊃ q= ~p v q أو ق ⊃ ل= ~ق v ل تعريف.

تعريف التكافؤ: ق ≡ ل = [(ق ⊃ ل). (ل ⊃ ق)]: p.≡ q= [(p ⊃ q).(q ⊃ p)]

تعريف الربط: **(ق . ل) = (- (- ق v - ل)** : p . q= -(-p v –q)[84].

---

*راجع: زكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، ج2، ط3، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1961 ص118.

[81]– علي عبد المعطي محمد: السيد نفادي: أسس المنطق الرياضي، ص 196-201.

[82]– ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ، ص 106.

[83]– محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص 205.

[84]– ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 106-107.

4-2-القضايا الأولية: القضايا الأولية الموضوعة في أساس النسق الاستنباطي هي قضايا افترضت أصلا بدون برهان عليها، ولشدة وضوحها وبساطتها يبدأ منها البرهان على نظريات النسق الاستنباطي في نظرية حساب القضايا، ويرمز لها بالرمز **PP Primtive propositions** أي ق ق ويعني قضية أولية (ابتدائية) وهي:

1-مبدأ تحصيل الحاصل Principle of toutologie الذي ينص على أنه: إذا كانت ق أو ق قضية صادقة فإن ق صادقة، وصورتها الرياضية هي: قVق ⊃ ق / p ⊃ (p v q)**.(1.2).**

2-مبدأ الإضافة Principle of addition وينص هذا المبدأ عل أنه:"إذا كانت ل صادقة فإن ق أو ل صادقة" وصورتها الرياضية: ل ⊃ قVل / p v q ⊃ q (1 .3)

3-مبدأ التبديل Principle of permutation حيث:"إذا كانت ق أو ل صادقة فإن ل أو ق صادقة" وصورتها الرياضية (ق V ل) ⊃ (ل V ق) /(q v p) ⊃ (p v q) **.(1.4)**.

4-مبدأ الترابط Associative principle حيث:"إذا كانت ق أو (ل أو م) صادقة فإذن تكون ل صادقة أو(ق أو م)صادقة" وصورتها الرياضية [ق v (ل v م)] ⊃ [ل v(ق v م)].[q v(p v r)] ⊃ [p v(q v r)].(1.5).

5-مبدأ الجمع Principle of summation حيث: إذا كانت ق صادقة أو (ل أو م) صادقة فإذن تكون ل صادقة أو (قVم) صادقة، وصورتها الرياضية:

(ل ⊃ م)] (قVل) (قVم)]/ [(p v q) (p v r)] (q r).**(1.6).**[85]

ينبغي أن نلاحظ أن هذه المجموعة من القضايا تعد بمثابة أصول الاشتقاق في النسق الاستنباطي لكتاب المبادئ، وتستند نظرية حساب القضايا عليها لأنها تمثل الصدق المنطقي الابتدائي. والحقيقة أن كتاب "المبادئ"(البرنكيبا) قد أوضح لنا الأسس الأولية للنسق الاستنباطي في صورته الأساسية وهذا ما يؤكد أن الصلة بين المنطق والرياضيات لعبت دورا كبيرا في بلورة أسس وأبعاد المذهب اللوجستيقي.

والقضايا الاشتقاقية في حساب اللوجستيقا تتخذ صور متعددة ويمكن تصنيفها في المجموعة التالية:

-المجموعة الأولى: مجموعة قوانين الفكر الأساسية وتتمثل على القوانين الثلاثة الأساسية أضيف إليها قانونا رابعا هو قانون النفي المزدوج و هذه القوانين هي:

1-قانون الذاتية: Law of identity: ويشير إلى القضية التالية: q ⊃ p.

2-قانون عدم التناقض: Law of contradiction: ويشير إلى القضية التالية: -(ق.-ق) (q.~ p)~.

- وانظر أيضا: محمود فهمي زيدان : المنطق الرمزي نشأته وتطوره ،ص 205-206.

[85]-ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 107-109 .

أنظر أيضا: محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي، ص 171-174.

وانظر أيضا: علي عبد المعطي محمد: أسس المنطق الرياضي، ص 201-202.

3–قانون الثالث المرفوع: Law of esccluded middle ويشير إلى قvق- ق   .p v ~p

4–قانون النفي المزدوج: Law of double negation ويشير إلى ق≡ ~(~ق) (أ~)~ ≡ p.

–المجموعة الثانية: وتشتمل على مجموعة القوانين المشتقة لصور التكافؤ، وتقع هذه المجموعة في أربع صور أساسية.

1–قانون النقل: The law of transposition وله ثلاثة صور هي:

ق ⊃ ل≡~ل ⊃ ~ق.   P ⊃ q≡~q ⊃ ~p

ق≡ل≡~ق≡~ل.   P ≡ q ≡~p ≡ ~q

[(ق.ل) ⊃ م]≡[(ق.~م) ⊃ ~ل].   [(p.q) ⊃ r]≡[(p.~r) ⊃ ~q]

2–قانون تحصيل الحاصل: The law of toutology وله صورتان:

ق≡ق.ق /   p ≡ p.p

ق≡قvق /   p ≡ pvp

3–قانون الامتصاص: The law of absorption

(ق ⊃ ل)≡[ق≡ (ق.ل)] /   (p ⊃ q)≡[p≡(p.q)]

4–قانون التوزيع: The distributive law وله صورتان:

ق.(قvم)]≡[(ق.ل)v(ق.م)] /   [p.(pvr)]≡[(p.q)v(p.r)]

قv(ل.م)]≡[(قvل).(قvم)] /   [pv(q.r)]≡[(pvq).(pvr)][86]

4–3–قواعد الاستدلال: يضع "برنكيبا" قاعدتين لاستدلال قضايا (أو نظريات) من القضايا الأولية وهما قاعدة التعويض Sibstitution، وقاعدة إثبات التالي **Modus Ponens.**

أ–تقوم قاعدة التعويض على استبدال صيغة رمزية بصيغة أخرى تساويها في قيمة الصدق، ومن ثم نحصل على صياغة للصورة الأولى تمكننا من استنباط قضايا أخرى. مثال: إذا كانت صيغة قانون الثالث المرفوع هي **(قv-ق)** أمكننا أن نعوض عن ق بالصيغة **قv-ق**. ومن ثم نحصل على الصيغة الجديدة: **(قv-ق)-v(قv-ق).**

ب–قاعدة إثبات التالي (مبدأ القياس) وصيغته: **[(ق ⊃ ل).ق] ⊃ ل.** [p p.q⊃] ⊃q

86– علي عبد المعطي محمد: أسس المنطق الرياضي، ص 205–208.
راجع أيضا: محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي، ص 175–183.

نلاحظ أن القضايا الأولية والقضايا المستنتجة منها جميعا سميت بتحصيلات حاصل Tautology أو قضايا تحليلية، وهي الصيغ الرمزية التي تتألف من متغيرات وثوابت فقط، وتكون صادقة دائما صدقا منطقيا في كل قيم المتغيرات، وكان الغرض من نظرية حساب القضايا تحديد تلك الصيغ[87].

5-أهم عناصر نظرية حساب القضايا:

1-الرمز بحرف معين من حروف الهجاء للقضية ككل دون تمييز بين حدودها.

2-الثوابت المنطقية ورموزها.

3-القضية المركبة: وهي القضية المؤلفة من قضيتين بسيطتين يربطهما أحد الثوابت المنطقية.

4-دالة الصدق وقيمة الصدق: دالة الصدق هي الصيغة الرمزية للقضية المركبة. قيمة صدق الدالة هي الحكم بالصدق أو الكذب على دالة الصدق، إذ عرفنا قاعدة استخدام الثابت الموجود، وعرفنا صدق أو كذب القضايا البسطة التي تؤلف تلك الدالة.

5-نسق حساب القضايا: الهدف من موضوع حساب القضايا هو الوصول إلى صيغ صادقة دائما هي نظريات Theorems ذلك الحساب، باستنباطها من طائفة اللامعرفات والتعريفات والمصادرات، نضعها صريحة واضحة منذ البدء، اللامعرفات والتعريفات متعلقة بالثوابت المنطقية، والمصادرات صيغ صادقة دائما تقوم على علاقات منطقية بين متغيراتها وثوابتها.

6-قوانين حساب القضايا: وهي صيغ صادقة دائما، مستنبطة من نسق اللا معرفات والتعريفات والمصادرات مع الاستعانة بقواعد الاستدلال.

7-قوائم الصدق: نموذج للبرهان على قوانين حساب القضايا وصيغه التحليلية ويختلف عن البرهان الهندسي، وإنما يجعل البرهان في صورة جداول أو قوائم .والقضية الصادقة هي التي تضم قيما صادقة تحت كل حالات الثابت الرئيسي. ومثل هذه القضية، ≡ (–ل ⊃–ق) (ق ⊃ ل). والقضية الكاذبة دائما هي التي تضم قيما كاذبة تحت كل حالات الثابت الرئيسي، ومثل هذه القضية: (ق ⊃ ل) .(ق.–ل)[88].

---

[87]-محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي ونشأته وتطوره، ص 213-214.

-راجع: ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق، ص 83 وما بعدها.

[88]-محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي، نشأته وتطوره، ص280،277.

المحاضرة السادسة: نظرية حساب المحمول

تمهيد

1-الرموز المستخدمة في نظرية حساب المحمول

2-أهم عناصر نظرية الحساب المحمول

3-صور القضايا الأربعة التقليدية في ضوء نظرية حساب المحمول

تمهيد:

تبين لنا في نظرية حساب القضايا دقة الطريقة المنطقية الرياضية في تناول القضية ككل. أما نظية حساب المحمول **Predicate calculus theory** فهي من النظريات الحديثة التي بدأت مع كتاب -مبادئ أصول الرياضيات.

وتختلف نظرية حساب القضايا عن نظرية حساب المحمول في كون نظرية حساب القضايا تتناول القضية كلها كوحدة واحدة، حيث نضع لها رمزا واحدا. ثم نقوم بإجراء حساب قيم الصدق والكذب في ضوء العلاقات المنطقية بين القضايا. أما في نظرية حساب المحمول فإننا نتناول القضية تفصيلا، أي نتناول حدود Terms القضية على حدة. ونضع رموزا للموضوعات وأخرى للمحمولات. ويرمز للسور الكلي Quantifier Universal والسور الجزئي Existential Quantifier في القضية. ومن هنا فإن حساب المحمول ينفذ إلى بناء القضية الداخلي، وبالتالي تعتبر نظرية حساب المحمول أكثر تفصيلا من نظرية حساب القضايا. لأنها تتناول القضية كلها في لغة رمزية متكاملة. ويمكن التعبير عنها بلغة رمزية متكاملة بنفس القوانين المستخدمة في نظرية حساب القضايا.

1-الرموز المستخدمة في نظرية حساب المحمول:

توجد لدينا في نظرية حساب المحمول خمسة أنواع من الرموز المستخدمة وهي:

أ-رموز للمتغيرات الفردية Individual variables مثل: z, y, x

ب-رموز للمتغيرات الحملية: Predicate variables مثل: H, G, F

جـ-رموز للسور الكلي: Universal Quantifier بالرمز (x) الذي يشير إلى (كل).

د-رموز للسور الجزئي Existential Quantifier بالرمز $(\exists x)$ يشير إلى (بعض).

هـ-رموز الثوابت المنطقية Logical constants وهي ذاتها الرموز المستخدمة في نظرية حساب القضايا، مثل: (⊃) ، (.)، (~)،(≡)، (v)...[89].

ويلاحظ أنه حينما نقوم بكتابة القضية في صيغة رمزية، فإننا نقدم المحمول في الصياغة ونأتي بالموضوع بعده. فإذا أردنا أن نعبر عن القضية "سقراط حكيم" في صيغة رمزية بلغة حساب المحمول، قلنا (Fx) حيث F تشير إلى المحمول و x تشير إلى الموضوع.

89- علي عبد المعطي محمد، السيد نفادي، أسس المنطق الرياضي، ص211- 213.

2-أهم عناصر نظرية الحساب المحمول:

1-نظرية حساب القضايا أساس لنظرية حساب المحمول، من حيث استخدام ثوابتها المنطقية، ودالات الصدق وقيم الصدق، وجزء من مصطلحها الرمزي.

2-الدالة: استخدام تعبير "دالة" أولا في علم الهندسة بمعنى المنحنى الهندسي، أدرك الرياضيون أهمية الدالة لإقامة علم الحساب نسقا استباطيا.

3-الأسوار les Quantifiers وهي كلمات تدل على الكم والكيف في القضية (كل، بعض، لا، ليس بعض).

4-القضية الكلية لا تقرر وجوداً واقعيا محسوساً لأفراد موضوعها ،بينما القضية الجزئية تقرر ذلك الوجود.

5-التمييز بين اسم العلم والمحمول،وصلة ذلك بالحجة والدالة.

6-المصطلح الرمزي، رموز للدالات والحجج بحروف معينة من أحرف الهجاء، والرمز إلى الأسوار برسوم معينة أخرى.

7-التصنيف الرباعي التقليدي للقضية الحملية بلغة حساب المحمول:غير أن المناطقة المعاصرين قاموا بصياغة واضحة للقضية الكلية الموجبة، بحيث تصبح قضية شرطية متصلة لا حملية.

8-التمييز بين القضية الوجودية والقضية الوجودية السالبة، وهو تمييز متطور عن المعنى الأصيل للقضية الوجودية. القضايا الوجودية الموجبة ما تقرر وجوداً واقعيا لأفراد موضوعاتها، وتحوي السور الوجودي الجزئي (ج): (∃X)، ويندرج تحت هذا النوع القضية الجزئية الموجبة (ج م) والجزئية السالبة (ج س) في المنطق التقليدي. أما القضايا الوجودية السالبة فإنها لا تنطوي على تقرير وجود واقعي لأفراد موضوعاتها، وتحوي السور الكلي (ك): (X)، ويندرج تحت هذا النوع القضية الكلية الموجبة (ك م) والكلية السالبة (ك س) في المنطق التقليدي [1].

9-النسق الاستنباطي، وضع أنساق استنباطية متعددة يتألف كل منها من معرفات وتعريفات ومصادرات، تشتق منها نظريات القصد بكل نسق أن يكون أساساً لإقامة النظريات الأربعة في المنطق الرمزي بلا تمييز، والملاحظ أن النسق الاستنباطي لحساب القضايا جعل لحساب المحمول، سوى أن لحساب المحمول لامعرفات جديدة. ومن ثم فقوانين حساب المحمول هي نفس قوانين حساب القضايا مصاغة بلغة الدالات.

10-تعديل حساب المحمول للمنطق التقليدي: اكتشاف فساد بعض قوانين المنطق التقليدي وتصحيحها، القضيتان المتناقضان والمتضادتان تصدقان معاً إذا كان الموضوع يمثل صنفا فارغاً. إذا صدقت الكلية الموجبة فلن تصدق الجزئية الموجبة المتداخلة معها إذا كان الموضوع يمثل صنفا فارغاً، لا تعكس القضية الكلية الموجبة إلى جزئية موجبة إذا كان موضوع الكلية يمثل صنفاً فارغاً، حيث لا انتقال من قضية لا تقرر وجوداً إلى قضية تقرر وجوداً محسوساً.

---

[1]-محمود فهمي زيدان: المنطق الرمزي نشأته وتطوره، ص282/280.

صياغة الأقيسة الحملية المنتجة والشرطية المنتجة في مصطلح حساب المحمول، وقواعد إنتاجها هي قواعد قوائم الصدق[1].

3–صور القضايا الأربعة التقليدية في ضوء نظرية حساب المحمول:

أولا:القضية الكلية الموجبة:اعتبر أرسطو أن القضايا الحملية أربع، وهي أبسط صور القضايا. لكن اتضح لدى أصحاب المنطق الرمزي أنتلك الصور ليست في حقيقتها صورا بسيطة، لأنه تبين أن القضية الكلية إنما هي في حقيقة أمرها قضية شرطية متصلة تعبر عن علاقة بين دالتي قضيتين، وتصبح كل من الدالتين قضية حملية حين تتعين قيمة المتغير ومن ثم لم تصبح القضية الكلية حملية بالمعنى الدقيق، وإنما هي شرطية متصلة على حين أن الحملية هي الشخصية Singular. فموضوع القضية العامة إذن ليس اسم علم، على حين أن موضوع القضية الشخصية اسم علم. وهو ما دفع "براسل" إلى أن القضايا ذات الصورة (كل أ هي ب) ليست حملية بالمعنى الدقيق، لكنها تعبر عن علاقة بين محمولات*.

فإذا قلنا مثلا "كل إنسان مفكر" فإن كلمة "إنسان" في هذه القضية هي محمول أيضا شأنها شأن "مفكر تماما"، لأنه يمكن أن نترجم هذه القضية على النحو التالي: "إذا كان x إنسان، فإن x مفكر"نفسر هذا القول بأنه إذا ما حملنا صفة الإنسانية على (x) وليكن محمدا، فإنه لا بد وأن نحمل عليه أيضا صفة كونه مفكرا[90].

ويمكن التعبير عن القضية "كل إنسان مفكر" في صورة التضمن، ومن ثم فإنه يمكن تفسير القضية السابقة من وجهة نظر حساب المحمول على النحو التالي:

$$(x)[Fx \supset gx]$$

أي أنه في كل قيم (x)، إذا كانت (x) تتصف بالخاصية (f) فإن ذلك يتضمن أن (x) لا بد وأن تتصف بالخاصية (g).

في الصيغة الرمزية السابقة ترمز (x) إلى سور القضية (كل)، وفي (fx) فإن (x) ترمز إلى اسم العلم، ونرمز (f) إلى المحمول إنسان، ونرمز (g) إلى المحمول مفكر.

ثانيا:القضية الكلية السالبة:

إن ما ينطبق على القضية الكلية الموجبة، ينطبق بالضرورة على الكلية السالبة، إلا أن صياغة هذه القضية تختلف عن الكلية الموجبة في ناحية السلب فقط. فإذا قلنا "لا إنسان مفكر" فإننا يمكن وضع هذه القضية في الصيغة الرمزية التالية:

$$(x)[Fx \supset \sim gx]$$

وتفسير هذه الصيغة أنه في كل قيم (x) إذا كانت (x) تتصف بالخاصية (F) فإن ذلك يتضمن أن (x) لا تتصف بالخاصية (g).

ثالثا: القضية الجزئية الموجبة:

---

[1] المرجع نفسه ، ص283.

*See, B Russell : On the relations of universals to particulars

[90]– ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص125– 126. أنظر أيضا علي عبد المعطي محمد، السيد نفادي (أسس المنطق الرياضي ص 113 – 114.

القضية الجزئية الموجبة، كما اعتبرها المنطق الرمزي، إنما هي قضية مركبة من قضيتين حمليتين، مرتبطتين معا بواو العطف، أي ثابت الوصل. فالقضية "بعض الطلبة مجتهدون" يمكن أن نضعها في الصيغة الرمزية الآتية:

$$(\exists x)[Fx.gx]$$

وتفسر هذه الصيغة كما يلي: "يوجد فرد واحد على الأقل (x) مما يكون متصفا بالخاصية (F) و الخاصية (g) معا.

رابعا: <u>القضية الجزئية السالبة</u>: تختلف صورة القضية الجزئية السالبة عن الجزئية الموجبة من ناحية السلب، ذلك أن هذه القضية في حد ذاتها تخضع لحكم السلب، فالقضية "بعض الطلبة ليسوا مجتهدين" يمكن أن نضعها في الصياغة الرمزية الآتية:

$$(\exists x)[Fx.\sim gx]$$

وتفسر هذه الصيغة كما يلي، "يوجد فرد واحد على الأقل (x) يتصف بالخاصية (f). ولا يكون متصفا بالخاصية (g). ويمكن التعبير عنها بـ: $\sim (x)[Fx \supset gx]$ لأنه إذا قلنا بعض الطلبة ليس مجتهدين، فإن الصيغة تساوي قولنا "من الكذب أن نقول عن كل طالب أنه مجتهد".

ويتضح مما سبق أن حساب المحمول يعتمد أساسا على فكرتي (صادق دائما Always true وصادقة أحيانا Something true. كما وأن طريقة البرهان المتبعة في نظرية حساب المحمول هي ذاتها المتبعة في نظرية حساب القضايا.[91]

ويرى المناطقة أن نظرية القياس الأرسطية هي استدلال موصل لليقين ومن ثم اعتبر القياس عملية عقلية خالصة تصبح فيه الصحة الصورية مطلبا أساسيا، والقياس إما أن يتألف من نوع واحد من القضايا، وهذا القسم يشتمل على القياس الحملي والشرطي بنوعيه المتصل والمنفصل، وإما أن يتألف من أكثر من نوع واحد من القضايا. وهذا القسم الحملي يتألف من ثلاثة قضايا حملية تشتمل على ثلاثة حدود، أو من مقدمتين ونتيجة. و الحدود الثلاثة هي الأكبر Major، والأوسط Middle والأصغر Minor. ولا يظهر الحد الأوسط في النتيجة.

ومن اعتبار وضع الحد الأوسط، وضع أرسطو ثلاثة أشكال قياسية، أضاف إليها "جالينوس" فيما بعد شكلا رابعا*.

والشكل الأول من أشكال القياس، هو الشكل الوحيد الذي نجد فيه الموضوع الذي تحتويه النتيجة، موضوعا في المقدمة الصغرى. ويكون محمولها، محمولا في المقدمة الكبرى. وقد عول عليه أرسطو، من حيث أنه ينتج القضايا بجميع أنواعها. كما أنه ينتج لنا الكلية الموجبة، التي تعتمد عليها العلوم الاستنباطية. ولهذا السبب اعتبره أرسطو أكمل الأشكال.

أما الشكل الثاني، فإنه ينتج لنا القضايا السالبة فقط، ومن ثم يكثر استخدامه في الجدل، وفي هذا الشكل نجد محمول النتيجة هو في الأصل موضوع المقدمة الكبرى.

أما الشكل الثالث، فنجد فيه موضوع النتيجة هو في الأصل محمول المقدمة الصغرى، وهذا الشكل لا يتيح لنا إلى القضايا الجزئية، وهي التي تستخدم لغرض إبطال البرهان.

---

[91]– ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص 126– 128 ، راجع أيضا علي عبد المعطي، السيد تفادي، أسس المنطق الرياضي، ص 216/213.

*نسبة الشكل الرابع إلى جالينوس في القياس الحملي البسيط خطأ ، إنما ينسب حقيقة إلى ابن سينا عكس القياس الحملي الذي ينسب إلى جالينوس.

والسؤال المطروح هو: هل يمكن لنا معرفة إنتاج الضروب من عدمه في الأشكال القياسية، في ضوء اعتبار القضية الكلية، شرطية متصلة، كما اتضح لأصحاب المنطق الرمزي؟.

أولا: الشكل الأول:هو الشكل الوحيد الذي ينتج القضية الكلية الموجبة والصورة الرمزية لهذا الشكل هي:

أ هي ب وضع الحد الأوسط

جـ هي أ

∴ جـ هي ب

والضروب المنتجة في الشكل الأول من أشكال القياس أربعة هي:

Barbara – Celarent – Darii – Ferio

1–الضرب الأول: Barbara يمكن توضيح صورة هذا الضرب القياسي بالمثال التالي:

كل أ هي ب

كل جـ هي أ

كل جـ هي ب

ويمكن صياغة هذا الضرب من وجهة نظر نظرية حساب المحمول على النحو التالي:

$$(x)[Fx \supset gx]$$
$$(x)[hx \supset Fx] \supset$$
$$(x)[hx \supset gx]$$

يمكننا تفسير الصيغة السابقة على النحو التالي:

"في كل قيم X إذا كانت X تتصف بالخاصية F فإذا هذا يتضمن أيضا أن X تتصف بالخاصية g، وكذلك فإنه في كل قيم X إذا كانت X تتصف بالخاصية h فإن هذا يتضمنه أيضا أن X تتصف بالخاصية f وهذا يتضمن أنه في كل قيم X إذا كانت X تتصف بالخاصية h فإن ذلك يتضمن أنها تتصف بالخاصية g".

والصيغة الرمزية للضرب Barbara يمكن وضعها في صياغة أخرى من وجهة نظر نظرية حساب القضايا فنأخذ الصورة التالية: $[(p \supset q).(R \supset p)] \supset (R \supset q)$ يلاحظ هنا أن هذه الصيغة تحتوي على ثلاثة متغيرات p, q, R

ومن ثم فإن لها ثمانين قيم للصدق أو الكذب.

قائمة الصدق:

(q[	⊃	q)	.	(R	⊃	]p)	⊃	(R	⊃	q)
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	F	T	T	T	F	T	T
T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	F	T	T	T	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	T	F	T	F	T	T
F	T	F	F	T	F	F	T	T	F	F
F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F

يتضح لنا من قائمة الصدق السابقة أن كل القيم تحت ثابت التضمن الرئيسي في العمود رقم (8) كلها قيم صدق،ومن ثم فإن هذا الضرب صحيح أي أنه منتج[92].

2-<u>الضرب الثاني</u>: Celarent مثال هذا الضرب

لا أ هي ب	A
كل ج هي أ	A
لا ج هي ب	E

هذا الضرب يضع له حساب المحمول الصياغة التالية:

$$[(\mathbf{x})(\mathbf{fx} \supset\sim \mathbf{gx}).\,(\mathbf{x})(\mathbf{hx} \supset \mathbf{fx})] \supset (\mathbf{x})(\mathbf{hx} \supset\sim \mathbf{gx})$$

وهذه الصياغة في وجهة نظر نظرية حساب القضايا تصيح.

$$[(\mathbf{p} \supset\sim \mathbf{q}).\,(\mathbf{R} \supset \mathbf{p})] \supset (\mathbf{R} \supset\sim \mathbf{g})$$

يمكن لنا وضع قائمة صدق هذه الصيغة على النحو التالي لنعرف إنتاج.قائمة الصدق

---

[92]–ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص134/132، راجع أيضا ماهر عبد القادر: أسس المنطق الصوري، أورنيتال الإسكندرية، 2006، ص113/112.

(p[	⊃	~q)	.	(R	⊃	]p)	⊃	(R	⊃	~q)
T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	F	T	T	T	F	T	F
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	T	F	T	T	T	F	T	T
F	T	F	F	T	F	F	T	T	F	F
F	T	F	T	F	T	F	T	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	T	F	T	F	T	T

يتضح لنا من هذه القائمة أن هذا الضرب صحيح ومنتج.

3-الضرب الثالث: Darii مثال هذا الضرب.

كل أ هي ب　　　A

بعض ج هي أ　　　I

بعض ج هي ب　　　I

يعبر عن هذا الضرب رمزياً وفقا لنظرية حساب المحمول كما يلي:

$$[(\mathbf{x})(\mathbf{fx} \supset \mathbf{gx}).(\exists\mathbf{x})(\mathbf{hx}.\mathbf{fx})] \supset (\exists\mathbf{x})(\mathbf{hx}.\mathbf{gx})$$

تختلف هذه الصيغة عن صيغة الضروب الكلية في أن سور القضية جزئي ويرمز له بالرمز $(\exists\mathbf{x})$ أي "في بعض قيم x".

نضع هذه الصيغة في صورة حساب القضايا على النحو التالي:

$$[(\mathbf{p} \supset \mathbf{q}).(\mathbf{R}.\mathbf{p})] \supset (\mathbf{R}.\mathbf{q})$$

قائمة الصدق

(p[	⊃	q)	.	(R	.	]q)	⊃	(R	.	q)
T	T	T	T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	T	F	F	F	T	T	F	F	T
T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	F	F	T	T	F	F	F
F	T	T	F	T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	F	F	F	F	T	F	F	T
F	T	F	F	T	F	F	T	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F	T	F	F	F

نجد هنا أن كل القيم تحت ثابت التضمن الرئيسي هي قيم صدق ومن ثم فإن الضرب الثالث من الشكل الأول منتج.

4-<u>الضرب الأول</u> Ferio ومثال هذا الضرب

لا أ هي ب **E**

بعض ج هي أ **I**

بعض ج هي ب **O**

يمكننا صياغة الضرب على النحو التالي:

$$[(x)(Fx \supset \sim gx).(\exists x)(hx.Fx)] \supset (\exists x)(hx.\sim gx)$$

وتصبح هذه القضية وفقا لنظرية حساب القضايا كما يلي:

$$[(p \supset \sim g).(R.p)] \supset (R.\sim g)$$

والضرب الرابع من الشكل الأول صحيح ومنتج ذلك أن جمع القيم تحت ثابت التضمن الرئيسي إنما هي قيم صدق.

والملاحظ أن الضروب الأربعة التي اعتبرها أرسطو ضروباً منتجة في الشكل الأول، إنما هي كذلك منتجة من وجهة نظر حساب المحمول وفقا للشروط التي تحددها الثوابت المنطقية.

ثانيا: <u>الشكل الثاني</u>: Second figure

الصورة الرمزية العامة لهذا الشكل هي: أ هي ب وضع الحد الأوسط

ج هي ب

ج هي أ

ذهب أرسطو إلى أن الضروب المنتجة في هذا الشكل إنما هي أربعة ضروب وهي على الترتيب: Cesare- Camestres- Festino- Baroco

ويمكن لنا تبين إنتاج هذه الضروب من فسادها إذا ما أجرينا عليها عملية التحليل في قوائم الصدق.

1-<u>الضرب الأول</u>: Cesare وضعيته هي:

E لا أ هي ب

A كل ج هي ب

E لا ج هي أ

صيغة هذا الضرب تأخذ الصورة التالية من وجهة نظر حساب المحمول:

$$[(x)(Fx \supset\sim gx).(x)(hx \supset\supset gx)] \supset (x)(hx \supset\sim gx)$$

ومن وجهة نظر حساب القضايا تصبح:

$$[(p \supset\sim q).(R \supset q)] \supset (R \supset\sim p)$$

وقائمة صدق هذا الضرب تأخذ القيم التالية:

(p[	⊃	~q)	.	(R	⊃	]q)	⊃	(R	⊃	-p)
T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	F	T	T	T	F	T	F
T	T	T	F	T	F	F	T	T	F	F
T	T	T	T	F	T	F	T	F	T	F
F	T	F	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	T	T	F	T	T
F	T	T	F	T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	T	F	T	F	T	T

يتضح لنا من هذه القائمةأن جميع القيم تحت ثابت التضمن الرئيسي هي قيم صدق.

2-الضرب الثاني: **Gamestres** ومثال هذا الضرب.

A كل أ هي ب

E كل أ هي ب

E لا ج هي أ

صناعة هذا الضرب كالآتي:

$$[(x)(Fx \supset gx).(hx \supset\sim gx)] \supset (x)(hx \supset\sim Fx)$$

وفي صيغة حساب القضايا تصبح: $[(p \supset q).(R \supset\sim q)] \supset (R \supset\sim p)$، وقائمة صدق هذه الصيغة تصبح على النحو التالي:

(p[	⊃	q)	.	(R	⊃	]~q)	⊃	(R	⊃	p)
T	T	T	F	T	F	F	T	T	F	F
T	T	T	T	F	T	F	T	F	T	F
T	F	F	F	T	T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	F	T	T	T	F	T	F
F	T	T	F	T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	T	T	F	T	T

توضح لنا قائمة الصدق السابقة أن كل القيم تحت ثابت التضمن الرئيسي إنما هي قيم صدق ومن ثم فإن الضرب Camestres صحيح من وجهة نظر حساب المحمول.

3–الضرب الثالث: **Festino** ومثال هذا الضرب

لا أ هي ب	**E**
بعض ج هي ب	**I**
ليس بعض ج هي أ	**O**

هذا الضرب القياسي يمكن وضعه في الصيغة التالية:

$$[(x)(Fx \supset\sim gx).(\exists x)(hx.gx)] \supset (\exists x)(hx.\sim Fx)$$

وتأخذ هذه الصيغة الصورة التالية وفقا لنظرية حساب القضايا.

$$[(p \supset \sim q).(R.q)] \supset (R.\sim p)$$

4-<u>الضرب الرابع</u>: **Baroco** صورة هذا الضرب القياسي تأخذ المثال التالي:

كل أ هي ب	**A**
ليس بعض ج هي ب	**O**
ليس بعض ج هي أ	**O**

وضعيته الرمزية كالآتي:

$$[(x)(Fx \supset gx).(\exists x)(hx.\sim gx)] \supset (\exists x)(hx.\sim Fx)$$

ومن وجهة نظر حساب القضايا تكون صيغته كما يلي:

$$[(p \supset q).(R.\sim q)] \supset (R.\sim p)$$

وقائمة صدق هذا الضرب توضح لنا إنتاجه من فساده/ صحيح.

-<u>**الشكل الثالث**</u>: **Third Figure**

هذا الشكل لا ينتج سوى الجزيئات، وصورته العامة هي:

ب هي ج

ب هي أ

∴ج هي أ

وضروبه المنتجة برأي أرسطو ستة هي:

Darapti- Disamis- Datisi- Felapton- Bocardo- Ferison

1-<u>**الضرب الأول**</u>: **Darapti** ومثال هذا الضرب كالآتي:

كل الطلبة مجتهدون	كل أ هي ب	A
كل الطلبة ناجحون	كل أ هي ج	A
بعض الناجحين مجتهدون	كل ج هي ب	I

صورة هذا الضرب وفقا لنظرية حساب المحمول هي:

$$[(x)(Fx \supset gx).(x)(Fx. \supset hx)] \supset (\exists x)(hx..gx)$$

هذه الصورة تصبح وفقا لنظرية حساب القضايا على النحو التالي:

$$[(p \supset q).(x)(p \supset R)] \supset (R..q)$$

وقائمة صدق هذا الصدق تبين كذب ثلاث قيم تحت ثابت التضمن الرئيسي ومن ثم فإن هذا الضرب فاسد وغير منتج.

2–الضرب الثاني: **Disamis** ومثال ها الضرب.

بعض أ هي ب	I
كل أ هي ب	A
بعض ج هي أ	I

يمكن صياغة هذا الضرب وفقا لنظرية حساب المحمول على النحو التالي:

$$(\exists x)[Fx.gx]$$

$$(\exists x)[hx.gx](x)[Fx \supset gx]$$

$$[(\exists x)(Fx.gx).(x)(Fx \supset hx)] \supset (\exists x)(hx.gx)$$

ويمكن وضع هذا الضرب القياسي في الصورة التالية من وجهة نظر حساب القضايا

$$[(p.q).(p \supset R)] \supset (R.q)$$

وقيم صدق هذا الضرب تحت ثابت التضمن الرئيسي تشير على أنه ضرب منتج وصحيح.

3–الضرب الثالث: **Datisi** ومثال الضرب

كل الطلبة مجتهدون	A	كل أ هي ب
بعض الطلبة ناجحون	I	بعض أ هي ج
بعض الناجحين مجتهدون	I	بعض ج هي ب

صيغة المثال من وجهة نظر حساب المحمول هي:

$$[(x)(Fx \supset gx).(x)(Fx.hx)\ ] \supset (\exists x)(hx.gx)$$

وهذه الصيغة وفقا لنظرية حساب القضايا تصبح كالآتي:

$$[(\mathbf{p} \supset \mathbf{q}).(\mathbf{p}.\mathbf{R})] \supset (\mathbf{R}.q)$$

4-<u>الضرب الرابع</u>: Felapton ومثال هذا الضرب

لا أ هي ب	E
كل أ هي ج	A
ليس بعض ج هي ب	O

الصياغة الرمزية لهذا القياس تكون على النحو التالي:

$$[(\mathbf{x})(\mathbf{Fx} \supset \sim \mathbf{gx}).(\mathbf{x})(\mathbf{Fx} \supset \mathbf{hx})] \supset (\exists \mathbf{x})(\mathbf{hx}.\sim \mathbf{gx})$$

وتكون هذه الصياغة وفقا لنظرية حساب القضايا هي:

$$[(\mathbf{p} \supset \sim \mathbf{q}).(\mathbf{x})(\mathbf{p} \supset \mathbf{R})] \supset (\mathbf{R}.\sim \mathbf{q})$$

هذا الضرب فاسد وفقا لقيم الصدق التي تثبت كذب ثلاث قيم تحت ثابت التضمن الرئيسي*

<u>خلاصة</u>:

يتضح لنا من خلال الضروب المختلفة للأشكال الثلاثية للقياس ما يلي:

أولا: أنه ثبت بالتحليل أن الضروب الأربعة التي حدد أرسطو إنتاجها في الشكل الأول إنما هي ضروب صادقة ومنتجة من وجهة نظر المنطق الرياضي أيضا، ذلك أن جميع القيم ثابت التضمن الرئيسي في العمود رقم (8) إنما هي قيم صدق.

ثانيا: أن الصنع التحليلية لضروب الشكل الثالث تكشف لنا فساد الضربين الثالث والرابع من ضروب هذا الشكل ومن ثم غير منتجة من وجهة نظر المنطق الرياضي.

ثالثا: يبين المناطقة المعاصرون أن فساد جميع ضروب الشكل الرابع، والتي اعتبرها التقليديون منتجة، وهو الشكل الذي أضيف إلى أشكال القياس الثلاثة الأساسية، التي وضعها أرسطو: وهنا تساءل المناطقة: هل اكتشف أرسطو أن ضروب هذا الشكل إنما هي ضروب فاسدة لأنها تنطوي على أغاليط تخل بشروط التضمن؟ أم أنه لم يتوصل إلى معرفة هذا الشكل من أشكال القياس.

غير أن الدارس يتمعن لمنطق أرسطو يرجح الرأي الأول، لأن أرسطو عرف التضمن، ولأن نظرته إلى القياس نظرة علية وليس نظرة صورية بحتة، ولأن العلم عند أرسطو هو علم بالعلل وليس علماً بالوقائع بخلاف المنطق المعاصر الذي يركز على العلم بالعلاقات، والنتيجة

---

* أنظر : ماهر عبد القادر: المنطق الرياضي، ص148.

راجع أيضا: على عبد المعطى محمد: أسس المنطق الرياضي، ص234.

راجع أيضا: ماهر عبد القادر: أسس المنطق الصوري، ص124.

هي أن القياس البرهاني عند أرسطو مقدماته ضرورية وليس احتمالية ومنه فالصدق فيه ضروري،و هـ يجيب عن السؤال لماذا؟ وليس غير السؤال كيف؟.

وسكوت أرسطو عن الشكل الرابع كان معقولا لماذا؟ لأن الحد الأوسط أصله علة خاصة في الشكل الأول، ولكنه في الشكل الرابع يتحول من علة إلى معلول، وهذا غير ممكن من الناحية الأنطولوجية بحيث تصير العلة معلولا. أما إذا أخذنا اعتبارات منطقية رياضية قد يكون الشكل الرابع شكلا صحيحاً.

قائمة المصادر والمراجع

أولا: بالعربية:

1. أرسطو : منطق أرسطو ،ترجمة عبد الرحمان بدوي،وكالة المطبوعات ، الكويت.
2. ألفرد تارسكي: مقدمة للمنطق ولمنهج البحث في العلوم الاستدلالية، ترجمة: د. عزمي إسلام، مراجعة: د.فؤاد زكريا(د.ط) الهيئة المصرية العامة للتأليف والنشر، 1970م،
3. أنطوان أرنولد وبيير نيكول: المنطق أو فن توجيه الفكر، ترجمة: عبد القادر قنيني الطبعة الأولى، المركز الثقافي العربي الدار البيضاء. المغرب 2007م.
4. برتراند رسل:أصول الرياضيات ، ترجمة محمد مرسي أحمد وأحمد فؤاد الأهواني،دار المعارف بمصر،1965.
5. جميل صليبا المعجم الفلسفي، ج2، دار الكتاب اللبناني، بيروت، دار الكتاب المصري القاهرة 1979.
6. روبير بلانشي: مدخل إلى المنطق المعاصر، ترجمة: محمود اليعقوبي. ديوان المطبوعات الجامعية بن عكنون، الجزائر، سنة 2004
7. زكي نجيب محمود: نحو فلسفة علمية، ط2، مكتبة الأنجلو المصرية، 1980.
8. زكي نجيب محمود: المنطق الوضعي، ج2، ط3، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1961 .
9. على حسين كركي: الابستيمولوجيا في طور الفكر العلمي الحديث، ط.1، المكتب العالمي للطباعة والنشر والتوزيع.[د.م].
10. على سامي النشار: المنطق الصوري من أرسطو حتى عصورنا الحاضرة. ط.5، دار المعارف بمصر، 1971.
11. على عبد المعطي محمد، السيد نفادي: أسس المنطق الرياضي، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، سنة: 1988م.
12. لود فيج فتجنشتين: رسالة منطقية فلسفية، ترجمة: د. عزمي إسلام ، مراجعة د. زكي نجيب محمود، مكتبة الأنجلو المصرية، القاهرة، 1968 .
13. ماهر عبد القادر: أسس المنطق الصوري، أورينتال الإسكندرية، **2006**.
14. ماهر عبد القادر محمد علي: فلسفة العلوم، المنطق الرياضي: الجزء الثالث، دار النهضة العربية، بيروت. لبنان.1405هـ/ 1985م
15. محمد ثابت الفندي: فلسفة الرياضة الطبعة الأولى، دار النهضة العربية، بيروت لبنان، 1969م.
16. محمد ثابت الفندي: أصول المنطق الرياضي،دار المعرفة الجامعية ،الاسكندرية،1987.
17. محمد محمد قاسم: جوتلوب فريجه، نظرية الأعداد بين الإبستمولوجيا والأنطولوجيا، دار المعرفة الجامعية، الاسكندرية، سنة: 1991.
18. محمد محمد قاسم: رؤى معاصرة في فلسفات العلوم، دار المعرفة الجامعية، سنة: 2006.
19. محمود فهمي زيدان، المنطق الرمزي نشأته وتطوره. دار النهضة العربية للطباعة والنشر، بيروت. لبنان، 1979م، .
20. مصطفى النشار: نظرية العلم الأرسطية: دراسة في منطق المعرفة عند أرسطو: دار المعارف، مصر، ط2، سنة 1995.
21. هانز ريشبناخ: نشأة الفلسفة العلمية، ترجمة،د.فؤاد زكرياء، دار الكتاب العربي للطباعة والنشر، القاهرة 1968م.
22. **ثانيا: بالأجنبية :**

23. Carruccio, ettore: mathematics and logic in history and in contemporary thought, (translated by: Isabel quigly; London. 1964) ..
24. Carnap, R. the old and the new logic(in: logical positivism)
25. Hilbert, d and ackerman, w. principles of mathematical logic (new york 1950).
26. Heath. T.L: the thirteen books of euclids elements, Cambridge, England. The university press, 1908
27. Russell b: logical atomism (in: logical positivism.
28. Russell, the principles of mathematics, London. And.ed. 1937
29. Russell : On the relations of universals to particulars
30. Schlick, m: the turning point in philosophy. (in: logical positivism: ed: by; ayer aj. Free press,4th printing, 1963, u.s a.